Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Zadání

1) $\frac{2}{x}+\frac{4}{3}=\frac{3}{2x}$

2) $\frac{2}{x}-2=\frac{3}{2x}+\frac{4}{3x}$

3) $\frac{5x+4}{x}=\frac{4}{x}$

4) $\frac{5x-2}{3x-4}=\frac{4}{3}$

5) $\frac{9-2x}{x-5}==\frac{4-x}{x-5}$

6) $2-\frac{2x-3}{6-8x}=0$

7) $\frac{-15-19x}{5x+3}=\frac{-19}{5}$

8) $3-\frac{3x-2}{9x+3}=\frac{x-1}{6x+2}$

9) $5+\frac{3}{3x-12}=\frac{5-x}{x-4}$

10) $\frac{x-1}{4x+6}-2=\frac{2x-1}{8x+12}$

11) $\frac{x-17}{2x+10}-\frac{5x-8}{3x+15}=0$

12) $\frac{3+x^2}{4x^2+2x}-\frac{1}{4}=\frac{3}{2x+1}$

13) $2-\frac{3}{x+3}=\frac{5x+12}{x+3}$

14) $\frac{3}{x-2}=\frac{x-2}{x^2-4}$

15) $\frac{x+4}{x-2}=\frac{5x+2}{2x-4}$

16) $\frac{3}{4x-1}-\frac{2}{4x+1}=\frac{5-3x}{16x^2-1}$

17) $\frac{5+x^2}{2x^2-3x}-\frac{1}{2}=\frac{4}{2x-3}$

18) $\frac{x-3}{x+3}=\frac{5x-3}{3x+9}$

19) $\frac{-1-x}{x-3}=\frac{5x-x^2}{x^2-6x+9}$

20) $\frac{2x}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$

21) $-\dfrac{2}{2x+5}-\dfrac{5-3x}{4x^2+20x+25}=0$

22) $\dfrac{3x+5}{3x-1}-\dfrac{4+x}{9x^2-6x+1}==1$

23) $\dfrac{-2x-4}{x^2+2x+1}-\dfrac{1+2x}{x+1}=-2$

24) $\dfrac{2}{1-x^2}-\dfrac{1}{1+x}=\dfrac{6}{1-x}$

Řešení

1)

Podmínky

$x \neq 0$

$\frac{2}{x}+\frac{4}{3}=\frac{3}{2x} \ / \cdot 6x$

$12+8x=9$

$8x=-3 \ / : 8$

$x=-\frac{3}{8}$

$P=\left\{-\frac{3}{8}\right\}$

2)

Podmínky

$x \neq 0$

$\frac{2}{x}-2=\frac{3}{2x}+\frac{4}{3x} \ / \cdot 6x$

$12-12x=9+8$

$-12x=5 \ / : (-12)$

$x=-\frac{5}{12}$

$P=\left\{-\frac{5}{12}\right\}$

3)

Podmínky

$x \neq 0$

$\frac{5x+4}{x}=\frac{4}{x} \ / \cdot x$

$5x+4=4$

$5x=0 \ / : 5$

$x=0$

Číslo 0 nevyhovuje podmínce.

$P=\varnothing$

4)

Podmínky

$3x-4 \neq 0$

$x \neq \frac{4}{3}$

$\frac{5x-2}{3x-4}=\frac{4}{3} \ / \cdot 3(3x-4)$

$3(5x-2)=4(3x-4)$

$15x-6=12x-16$

$15x-12x=-16+6$

$3x=-10 \ / : 3$

$x=-\frac{10}{3}$

$P=\left\{-\frac{10}{3}\right\}$

5)

$$\frac{9-2x}{x-5} == \frac{4-x}{x-5} \ /\cdot(x-5)$$

Podmínky

$x-5 \neq 0$

$x \neq 5$

$9-2x = 4-x$

$-x = -5 \ /\cdot(-1)$

$x = 5$

Číslo 5 nevyhovuje podmínce.

$P = \varnothing$

6)

$$2-\frac{2x-3}{6-8x} = 0 \ /\cdot(6-8x)$$

Podmínky

$6-8x \neq 0$

$x \neq \frac{3}{4}$

$2(6-8x)-1\cdot(2x-3) = 0$

$12-16x-2x+3 = 0$

$-18x = -15 \ /:(-18)$

$$x = \frac{15}{18}$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$P = \left\{\frac{5}{6}\right\}$$

7)

$$\frac{-15-19x}{5x+3} = \frac{-19}{5} \ /\cdot 5(5x+3)$$

Podmínky

$5x+3 \neq 0$

$x \neq -\frac{3}{5}$

$5(-15-19x) = -19(5x+3)$

$-75-95x = -95x-57$

$0\cdot x = 18$

$P = \varnothing$

8)

$$3-\frac{3x-2}{9x+3} = \frac{x-1}{6x+2}$$

Podmínky

$3x+1 \neq 0$

$x \neq -\frac{1}{3}$

$$3-\frac{3x-2}{3(3x+1)} = \frac{x-1}{2(3x+1)} \ /\cdot 6(3x+1)$$

$18(3x+1)-2(3x-2) = 3(x-1)$

$54x+18-6x+4 = 3x-3$

$48x-3x = -3-22$

$45x = -25 \ /:45$

$$x = -\frac{25}{45}$$

$$x = -\frac{5}{9}$$

$$P = \left\{-\frac{5}{9}\right\}$$

9)

$5+\frac{3}{3x-12}=\frac{5-x}{x-4}$

Podmínky

$x-4\neq 0$

$x\neq 4$

$5+\frac{3}{3(x-4)}=\frac{5-x}{x-4}\ /\cdot 3(x-4)$

$15(x-4)+3=3(5-x)$

$15x-60+3=15-3x$

$18x=72\ /:18$

$x=4$

Číslo 4 nevyhovuje podmínce.

$P=\varnothing$

10)

$\frac{x-1}{4x+6}-2=\frac{2x-1}{8x+12}$

Podmínky

$2x+3\neq 0$

$x\neq -\frac{3}{2}$

$\frac{x-1}{2(2x+3)}-2=\frac{2x-1}{4(2x+3)}\ /\cdot 4(2x+3)$

$2(x-1)-8(2x+3)=2x-1$

$2x-2-16x-24=2x-1$

$-14x-2x=-1+2+24$

$-16x=25\ /:(-16)$

$x=-\frac{25}{16}$

$P=\left\{-\frac{25}{16}\right\}$

11)

$\frac{x-17}{2x+10}-\frac{5x-8}{3x+15}=0$

Podmínky

$x+5\neq 0$

$x\neq -5$

$\frac{x-17}{2(x+5)}-\frac{5x-8}{3(x+5)}=0\ /\cdot 6(x+5)$

$3(x-17)-2(5x-8)=0$

$3x-51-10x+16=0$

$-7x=35\ /:(-7)$

$x=-5$

Číslo -5 nevyhovuje podmínce.

$P=\varnothing$

12)

$$\frac{3+x^2}{4x^2+2x}-\frac{1}{4}=\frac{3}{2x+1}$$

Podmínky

$2x \neq 0$ a zároveň $2x+1 \neq 0$

$x \neq 0$ a zároveň $x \neq -\frac{1}{2}$

$$\frac{3+x^2}{2x(2x+1)}-\frac{1}{4}=\frac{3}{2x+1} \quad /\cdot 4x(2x+1)$$

$$2(3+x^2)-x(2x+1)=12x$$

$$6+2x^2-2x^2-x=12x$$

$$-13x=-6 \quad /:(-13)$$

$$x=\frac{6}{13}$$

$$P=\left\{\frac{6}{13}\right\}$$

13)

$$2-\frac{3}{x+3}=\frac{5x+12}{x+3} \quad /\cdot(x+3)$$

Podmínky

$x+3 \neq 0$

$x \neq -3$

$$2(x+3)-3=5x+12$$

$$2x+6-3=5x+12$$

$$-3x=9 \quad /:(-3)$$

$$x=-3$$

Číslo -3 nevyhovuje podmínce.

$$P=\varnothing$$

14)

$$\frac{3}{x-2}=\frac{x-2}{x^2-4}$$

Podmínky

$x+2 \neq 0$ a zároveň $x-2 \neq 0$

$x \neq -2$ a zároveň $x \neq 2$

$$\frac{3}{x-2}=\frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \quad /\cdot(x+2)(x-2)$$

$$3(x+2)=x-2$$

$$3x+6=x-2$$

$$2x=-8 \quad /:2$$

$$x=-4$$

$$P=\{-4\}$$

15)

$\frac{x+4}{x-2}=\frac{5x+2}{2x-4}$

Podmínky

$x-2\neq 0$

$x\neq 2$

$\frac{x+4}{x-2}=\frac{5x+2}{2(x-2)} \quad /\cdot 2(x-2)$

$2(x+4)=5x+2$

$2x+8=5x+2$

$-3x=-6 \quad /:(-3)$

$x=2$

Číslo 2 nevyhovuje podmínce.

$P=\varnothing$

16)

$\frac{3}{4x-1}-\frac{2}{4x+1}=\frac{5-3x}{16x^2-1}$

Podmínky

$4x-1\neq 0$ a zároveň $4x+1\neq 0$

$x\neq \frac{1}{4}$ a zároveň $x\neq -\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4x-1}-\frac{2}{4x+1}=\frac{5-3x}{(4x+1)(4x-1)} \quad /\cdot(4x+1)(4x-1)$

$3(4x+1)-2(4x-1)=5-3x$

$12x+3-8x+2=5-3x$

$12x-8x+3x=5-3-2$

$7x=0 \quad /:7$

$x=0$

$P=\{0\}$

17)

$\frac{5+x^2}{2x^2-3x}-\frac{1}{2}=\frac{4}{2x-3}$

Podmínky

$x\neq 0$ a zároveň $2x-3\neq 0$

$x\neq 0$ a zároveň x $\neq \frac{3}{2}$

$\frac{5+x^2}{x(2x-3)}-\frac{1}{2}=\frac{4}{2x-3} \quad /\cdot 2x(2x-3)$

$2(5+x^2)-x(2x-3)=8x$

$10+2x^2-2x^2+3x=8x$

$3x-8x=-10$

$-5x=-10 \quad /:(-5)$

$x=2$

$P=\{2\}$

18)

$$\frac{x-3}{x+3}=\frac{5x-3}{3x+9}$$

Podmínky

$x+3\neq 0$

$x\neq -3$

$$\frac{x-3}{x+3}=\frac{5x-3}{3(x+3)}\ /\cdot 3(x+3)$$

$$3(x-3)=5x-3$$

$$3x-9=5x-3$$

$$-2x=6\ /:(-2)$$

$$x=-3$$

Číslo -3 nevyhovuje podmínce.

$$P=\varnothing$$

19)

$$\frac{-1-x}{x-3}=\frac{5x-x^2}{x^2-6x+9}$$

Podmínky

$x-3\neq 0$

$x\neq 3$

$$\frac{-1-x}{x-3}=\frac{5x-x^2}{(x-3)^2}\ /\cdot (x-3)^2$$

$$(x-3)(-1-x)=5x-x^2$$

$$-x-x^2+3+3x=5x-x^2$$

$$-x+3x-5x=-3$$

$$-3x=-3\ /:(-3)$$

$$x=1$$

$$P=\{1\}$$

20)

$$\frac{2x}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}\ /\cdot (x-1)$$

Podmínky

$x-1\neq 0$

$x\neq 1$

$$2x=x-1+2$$

$$x=1$$

Číslo 1 nevyhovuje podmínce.

$$P=\varnothing$$

21)

$$-\frac{2}{2x+5}-\frac{5-3x}{4x^2+20x+25}=0$$

Podmínky

$2x+5\neq 0$

$x\neq -\frac{5}{2}$

$$-\frac{2}{2x+5}-\frac{5-3x}{(2x+5)^2}=0\ /\cdot (2x+5)^2$$

$$-2(2x+5)-1\cdot(5-3x)=0$$

$$-4x-10-5+3x=0$$

$$-x=15\ /\cdot(-1)$$

$$x=-15$$

$$P=\{-15\}$$

22)

$$\frac{3x+5}{3x-1}-\frac{4+x}{9x^2-6x+1}==1$$

$$\frac{3x+5}{3x-1}-\frac{4+x}{(3x-1)^2}==1 \ /\cdot(3x-1)^2$$

$$(3x+5)(3x-1)-1\cdot(4+x)=9x^2-6x+1$$

$$9x^2-3x+15x-5-4-x=9x^2-6x+1$$

$$-3x+15x-x+6x=5+4+1$$

$$17x=10 \ /:17$$

$$x=\frac{10}{17}$$

$$P=\left\{\frac{10}{17}\right\}$$

Podmínky

$3x-1\neq 0$

$x\neq\frac{1}{3}$

23)

$$\frac{-2x-4}{x^2+2x+1}-\frac{1+2x}{x+1}=-2$$

$$\frac{-2x-4}{(x+1)^2}-\frac{1+2x}{x+1}=-2 \ /\cdot(x+1)^2$$

$$-2x-4-(1+2x)(x+1)=-2(x^2+2x+1)$$

$$-2x-4-(x+1+2x^2+2x)=-2x^2-4x-2$$

$$-2x-4-x-1-2x^2-2x=-2x^2-4x-2$$

$$-2x-x-2x+4x=-2+4+1$$

$$-x=3 \ /\cdot(-1)$$

$$x=-3$$

$$P=\{-3\}$$

Podmínky

$x+1\neq 0$

$x\neq -1$

24)

$$\frac{2}{1-x^2}-\frac{1}{1+x}=\frac{6}{1-x}$$

$$\frac{2}{(1-x)(1+x)}-\frac{1}{1+x}=\frac{6}{1-x} \ /\cdot(1-x)(1+x)$$

$$2-1\cdot(1-x)=6(1+x)$$

$$2-1+x=6+6x$$

$$-5x=5 \ /:(-5)$$

$$x=-1$$

Číslo -1 nevyhovuje podmínce.

$$P=\varnothing$$

Podmínky

$1+x\neq 0$ a zároveň $1-x\neq 0$

$x\neq -1$ a zároveň $x\neq 1$