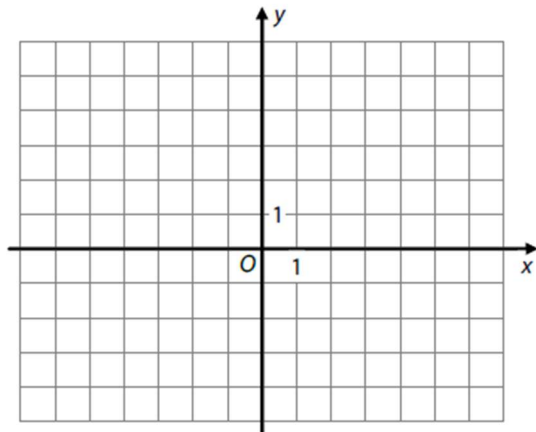


## Vzdálenost bodů, střed úsečky

### Příklady

- 1) Je dán trojúhelník  $ABC$ :  $A = [2; 4]$ ,  $B = [-6; 7]$ ,  $C = [-5; -11]$ . Určete velikost strany  $b$ .
- 2) Určete střed úsečky  $KL$ ,  $K = [-8; 2]$ ,  $L = [6; -10]$
- 3) Určete krajní bod  $B$  úsečky  $AB$ , jestliže znáte bod  $A = [-3; 5]$  a střed úsečky  $S = [2; -4]$ .
- 4) Je dán trojúhelník  $ABC$ :  $A = [3; 5]$ ,  $B = [-8; 9]$ ,  $C = [-5; -9]$ . Určete velikost těžnice  $t_b$ .
- 5) Body  $A = [-5; 2]$  a  $B = [2; 6]$  jsou sousedními vrcholy čtverce  $ABCD$ . Vypočtěte obsah čtverce  $ABCD$ .
- 6) Je dán trojúhelník  $ABC$ :  $A = [-2; 5]$ ;  $B = [8; -12]$ ;  $C = [4; 3]$ . Určete velikosti stran a souřadnice středů stran trojúhelníku.
- 7) Čtverec  $ABCD$  má vrchol  $A = [2; -2]$  a střed  $S = [3; 0]$ . Zapište souřadnice vrcholu  $C$  čtverce  $ABCD$ .
- 8) Bod  $S = [2; 0]$  je střed úsečky  $AB$ , pro kterou platí:  $A = [-1; y]$ ,  $B = [x; 4]$



Jaká je délka úsečky  $AB$ ?

- 9) Pro rovnoběžník  $ABCD$  se středem  $S$  platí:  $S = [-1; 1]$ ,  $A = [-2; -1]$ ,  $B = [6; -1]$   
Jaké jsou souřadnice středu strany  $CD$ ?
- 10) V rovině jsou dány body  $A = [-21; 9]$ ,  $B = [15; -5]$  a  $P = [0; -2]$ . Bod  $S$  je středem úsečky  $AB$ .  
Jaká je vzdálenost bodů  $P, S$ ?
- 11) Jsou dány vrcholy obdélníku  $ABCD$ :  $A = [-3; 1]$ ,  $B = [-2; -1]$ ,  $C = [2; 1]$ ,  $D = [1; 3]$ .  
Obdélníku  $ABCD$  je opsána kružnice  $k$ . Jaký je obsah kruhu ohraničeného kružnicí  $k$ ?
- 12) V rovině jsou dány body  $A = [0; \sqrt{2}]$  a  $B = [2\sqrt{5}; -\sqrt{2}]$ .  
Jaký obvod má čtverec  $ABCD$ ?
- 13) V rovnoramenném pravoúhlém trojúhelníku  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$  platí:  $A = [-1; 2]$ ,  $C = [-5; -2]$ . Vypočtěte délku strany  $AB$ .
- 14) V trojúhelníku  $ABC$  je dáno:  $A = [4; -3]$ ,  $B = [4; 3]$ ,  $C = [2; 1]$ .  
Jaká je vzdálenost vrcholu  $A$  od středu  $S$  úsečky  $BC$ ?

## Řešení

1)

Strana  $b$  je určena body  $AC$ , její velikost je rovna vzdálenosti bodů  $AC$ :

$$|AC| = \sqrt{(2+5)^2 + (4+11)^2} = \sqrt{49 + 225} = \sqrt{274}$$

Velikost strany  $b$  je  $\sqrt{274}$ .

2)

$$S = \frac{K+L}{2} : \quad x = \frac{-8+6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y = \frac{2+(-10)}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Střed úsečky  $KL$  je  $S[-1; -4]$ .

3)

$$S = \frac{A+B}{2} \cdot 2$$

$$2S = A+B$$

$$B = 2S - A : x = 2 \cdot 2 - (-3) = 7$$

$$y = 2 \cdot (-4) - 5 = -13$$

Krajní bod úsečky je  $B = [7; -13]$ .

4)

Těžnice  $t_b$  je spojnice vrcholu  $B$  se středem protější strany  $AC$ .

Nejprve určíme střed strany  $AC$ :

$$S = \frac{A+C}{2} : x = \frac{3+(-5)}{2} = -1$$

$$y = \frac{5+(-9)}{2} = -2$$

$$S = [-1; -2]$$

Velikost těžnice  $t_b$  je rovna vzdálenosti bodů  $SB$ :

$$|SB| = \sqrt{(-1-(-8))^2 + (9-(-2))^2} = \sqrt{7^2 + 11^2} = \sqrt{170}$$

Velikost těžnice  $t_b$  je rovna  $\sqrt{170}$ .

5)

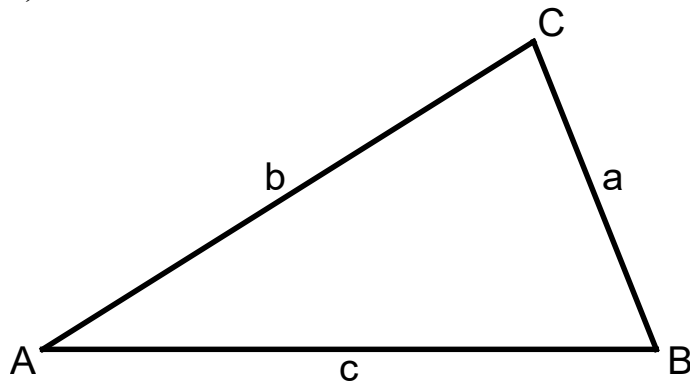
Strana  $a$  čtverce je rovna vzdálenosti sousedních vrcholů

$$a = |AB| = \sqrt{(2-(-5))^2 + (6-2)^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$$

$$S = a^2 = (\sqrt{65})^2 = 65$$

Obsah čtverce je 65.

6)



$$a = |BC| = \sqrt{(8-4)^2 + (-12-3)^2} = \sqrt{4^2 + (-15)^2} = \sqrt{241} = 15,5$$

$$b = |AC| = \sqrt{(-2-4)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 6,3$$

$$c = |AB| = \sqrt{(-2-8)^2 + (5+12)^2} = \sqrt{(-10)^2 + 17^2} = \sqrt{389} = 19,7$$

$$S_a = \frac{B+C}{2}: x = \frac{8+4}{2} = 6$$

$$y = \frac{-12+3}{2} = -4,5$$

$$S_a = [6; -4,5]$$

$$S_b = \frac{A+C}{2}: x = \frac{-2+4}{2} = 1$$

$$y = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$S_b = [1; 4]$$

$$S_c = \frac{A+B}{2}: x = \frac{-2+8}{2} = 3$$

$$y = \frac{5+(-12)}{2} = -3,5$$

$$S_c = [3; -3,5]$$

7)

$$S = \frac{A+C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = A+C$$

$$C = 2S - A: x = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

$$y = 2 \cdot 0 - (-2) = 2$$

$$C = [4; 2]$$

Souřadnice vrcholu  $C = [4; 2]$ .

8)

$$S = \frac{A+B}{2} : 2 = \frac{-1+x}{2} \Rightarrow x = 5$$

$$0 = \frac{y+4}{2} \Rightarrow y = -4$$

$$A = [-1; -4], B = [5; 4]$$

$$|AB| = \sqrt{(5+1)^2 + (4+4)^2} = 10$$

Délka úsečky  $AB$  je 10 j.

9)

$$S = \frac{A+C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = A + C$$

$$C = 2S - A: x = 2 \cdot (-1) - (-2) = 0$$

$$y = 2 \cdot 1 - (-1) = 3$$

$$C = [0; 3]$$

$$S = \frac{B+D}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2S = B + D$$

$$D = 2S - B: x = 2 \cdot (-1) - 6 = -8$$

$$y = 2 \cdot 1 - (-1) = 3$$

$$D = [-8; 3]$$

$$S_{CD} = \frac{C+D}{2} : x = \frac{0+(-8)}{2} = -4$$

$$y = \frac{3+3}{2} = 3$$

$$S_{CD} = [-4; 3]$$

Souřadnice středu strany  $CD$  jsou  $S_{CD} = [-4; 3]$ .

10)

$$S = \frac{A+B}{2} : x = \frac{-21+15}{2} = -3$$

$$y = \frac{9+(-5)}{2} = 2$$

$$S = [-3; 2]$$

$$|PS| = \sqrt{(0+3)^2 + (2+2)^2} = 5$$

Vzdálenost bodů  $PS$  je 5 j.

11)

$$r = \frac{|AC|}{2} = \frac{\sqrt{(2+3)^2 + (1-1)^2}}{2} = \frac{5}{2} j$$

$$S = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \pi j^2$$

Obsah kruhu je  $S = \frac{25}{4} \pi j^2$ .

12)

$$a = |AB| = \sqrt{(2\sqrt{5} - 0)^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$$

$$o = 4a = 4 \cdot 2\sqrt{7} = 8\sqrt{7} j$$

Obvod čtverce je  $o = 8\sqrt{7} j$ .

13)

$$|AC| = |BC| = \sqrt{(-1+5)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{32}$$

$$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2} = \sqrt{(\sqrt{32})^2 + (\sqrt{32})^2} = 8 j$$

Délka strany  $AB$  je  $8 j$ .

14)

$$S_{BC} = \frac{B+C}{2} : x = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$y = \frac{3+1}{2} = 2$$

$$S_{BC} = [3; 2]$$

$$|AS_{BC}| = \sqrt{(4-3)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{26} j$$

Vzdálenost vrcholu A od středu S úsečky BC je  $\sqrt{26} j$ .