Parametrické vyjádření přímky
Zadání

1) Napište parametrické vyjádření přímky určené bodem $A = [3, -8]$ a vektorem $\vec{u} = (-3; 5)$.

2) Určete, zda bod $A = [-1; 2]$ leží na přímce p zadané parametricky:
$p: x = -3 + 2t\ ;\ y = 5 - 4t\ ;\ t \in R$.

3) Určete, zda bod $B = [1; -3]$ leží na přímce p zadané parametricky:
$p: x = -3 + 2t\ ;\ y = 5 - 4t\ ;\ t \in R$.

4) Body $P[5; y], Q[x; -7]$ leží na přímce r: $x = 7 + 4t;\ y = 5 - 4t;\ t \in R$. Určete chybějící souřadnice obou bodů.

5) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t;\ t \in R$. Určete, který z následujících vektorů je směrovým vektorem přímky *p:*
$\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-3; 1)$, $\vec{c} = (4; -2)$, $\vec{d} = (1; -2)$

6) Napište parametrické vyjádření přímky procházející body $K = [5; -2]$, $L = [-7; 9]$.

7) Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem $L = [-7; 5]$ a je rovnoběžná s přímkou
q: $x = 8 - 2t;\ y = -3 + 5t; t \in R$.

8) Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem $R = [2, -7]$ a je kolmá na přímku
q: $x = 4 + 3t;\ y = 7 - 5t; t \in R$.

9) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b.

10) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c.

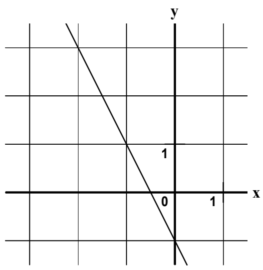
11) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a.

12) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi $p: x = 3t; y = 4 - 2t;\ t \in R$. Určete obě souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou x.

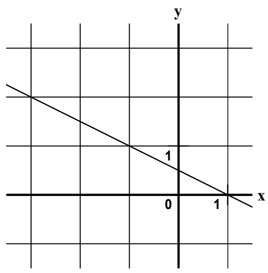
13) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t; t \in R$. Určete souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou y.

14) Je dána přímka $p: x = -1 + t;\ y = 1 + 2t;\ t \in R$. Na kterém obrázku je přímka p?

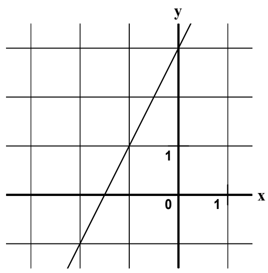
A



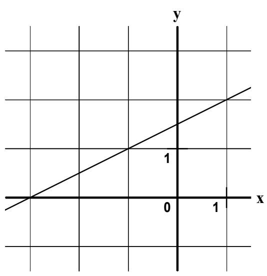
B



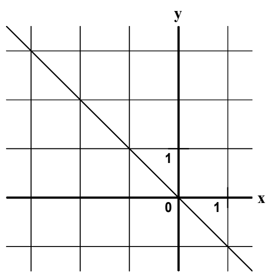
C



D



E



Řešení

1) Napište parametrické vyjádření přímky určené bodem A = [3, –8] a vektorem $\vec{u} = (-3; 5)$.

Postup

Dosadíme dané hodnoty do rovnic:

$x = a_1 + t \cdot u_1$

$y = a_2 + t \cdot u_2 \,, \quad t \in R$

Parametrické vyjádření dané přímky je $x = 3 - 3t\,; y = -8 + 5t\,; t \in R$.

---

2) Určete, zda bod $A = [-1; 2]$ leží na přímce p zadané parametricky:

$p: x = -3 + 2t \,;\; y = 5 - 4t \,;\; t \in R$.

Postup

Do obou parametrických rovnic dosadíme za x a y souřadnice daného bodu a vypočítáme parametr t. Pokud je parametr t v obou případech stejný, tak bod leží na přímce, pokud je t vyjádřené z jedné rovnice jiné než z druhé, tak neleží.

$x = -3 + 2t$	$y = 5 - 4t$
$-1 = -3 + 2t$	$2 = 8 - 4t$
$t = 1$	$t = \frac{3}{2}$

Parametr t není stejný, bod A na přímce neleží.

---

3) Určete, zda bod $B = [1; -3]$ leží na přímce p zadané parametricky:

$p: x = -3 + 2t \,;\; y = 5 - 4t \,;\; t \in R$.

Postup

$x = -3 + 2t$	$y = 5 - 4t$
$1 = -3 + 2t$	$-3 = 5 - 4t$
$t = 2$	$t = 2$

Parametr t je stejný, bod B na přímce leží.

---

4) Body $P[5; y], Q[x; -7]$ leží na přímce r: $x = 7 + 4t;\; y = 5 - 4t;\; t \in R$. Určete chybějící souřadnice obou bodů.

Postup

Danou souřadnici dosadíme do příslušné rovnice (pro x nebo pro y, podle toho, co známe) a vypočítáme t. Tuto hodnotu parametru t pak dosadíme do druhé rovnice a vypočítáme chybějící souřadnici.

Bod P

$5 = 7 + 4t$

$t = -\frac{1}{2}$

$y = 5 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$

$P = [5; 7]$

Bod Q

$-7 = 5 - 4t$

$t = 3$

$x = 7 + 4 \cdot 3 = 19$

$Q = [19; -7]$

Chybějící souřadnice obou bodů jsou $y = 7, x = 19$.

---

5) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t\,; y = 3 - t\,; t \in R$. Určete, který z následujících vektorů je směrovým vektorem přímky p:

$\vec{a} = (1; 3),\; \vec{b} = (-3; 1),\; \vec{c} = (4; -2),\; \vec{d} = (1; -2)$

Postup

Souřadnice směrového vektoru jsou určeny koeficientem před parametrem t:

$$x = 1 \boxed{+\ 2}\, t$$
$$y = 3 \boxed{-1 \cdot}\, t$$
$\vec{u}$

V našem případě $\vec{u} = (2; -1)$, ale může to být i libovolný násobek tohoto vektoru. Proto směrovým vektorem přímky je i vektor $\vec{c} = (4; -2)$.

---

6) Napište parametrické vyjádření přímky procházející body $K = [5; -2]$, $L = [-7; 9]$.

Postup

Pro zápis parametrického vyjádření přímky potřebujeme znát souřadnice jednoho bodu, který leží na přímce. Zde známe dva body, můžeme použít K nebo L.

Dále potřebujeme směrový vektor přímky. Protože oba body K i L leží na přímce, tak vektor $\overrightarrow{KL}$ **je** směrový vektor přímky. $\vec{u} = \overrightarrow{KL} = L - K = (-12; 11)$.

Výsledky

s použitím bodu K:

$x = 5 - 12t$

$y = -2 + 11t$

s použitím bodu L:

$x = -7 - 12t$

$y = 9 + 11t$

Úloha má tedy dvě správná řešení, stačí samozřejmě uvést pouze jedno.

Další dvě správná řešení by vznikla, pokud bychom jako směrový vektor použili místo vektoru $\overrightarrow{KL}$ vektor $\overrightarrow{LK}$.

---

7) Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem $L = [-7; 5]$ a je rovnoběžná s přímkou
q: $x = 8 - 2t$; $y = -3 + 5t; t \in R$.

Postup

Jestliže jsou přímky rovnoběžné, tak mají stejný směrový vektor.

Výsledek: $x = -7 - 2t$; $y = 5 + 5t$; $t \in R$

---

8) Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem $R = [2, -7]$ a je kolmá na přímku
q: $x = 4 + 3t$; $y = 7 - 5t; t \in R$.

Postup

Pokud jsou přímky kolmé, tak jsou kolmé i jejich směrové vektory.

Směrový vektor přímky q: $(3; -5)$

Směrový vektor přímky p: $(5; 3)$ - použili jsme pravidlo, jak určit vektor kolmý k danému vektoru.

$p: x = 2 + 5t$; $y = -7 + 3t$; $t \in R$

---

9) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b.

Postup

Směrový vektor strany b je $\vec{b} = \overrightarrow{AC} = C - A = (11; 4)$, strana b prochází bodem A (i C).

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží strana b je $x = -3 + 11t$; $y = 8 + 4t$; $t \in R$.

---

10) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c.

Postup

Těžnice t_c je spojnice vrcholu C se středem protější strany c. Nejprve určíme střed strany c:

$$S = \frac{A+B}{2} : x = \frac{-3+5}{2} = 1$$

$$y = \frac{8+(-4)}{2} = 2$$

$$S = [1;\ 2]$$

Dále určíme směrový vektor těžnice:

$$\vec{u} = \overrightarrow{SC} = C - S = (7;10).$$

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží těžnice t_c je $x = 8 + 7t;\ y = 12 + 10t; t \in R$

---

11) Je dán ΔABC: $A = [-3, 8]$, $B = [5, -4]$, $C = [8, 12]$. Napište parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a.

Postup

Přímka, na níž leží výška v_a, prochází vrcholem A kolmo na stranu BC. Nejprve určíme směrový vektor strany BC: $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = C - B = (3;\ 16)$. Směrový vektor přímky, na níž leží výška v_a, bude na něho kolmý $\Rightarrow (16;\ -3)$.

Parametrické vyjádření přímky, na níž leží výška v_a je $x = -3 + 16t; y = 8 - 3t; t \in R$.

---

12) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi $p: x = 3t; y = 4 - 2t;\ t \in R$. Určete obě souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou x.

Postup

Každý průsečík přímky s osou x má souřadnice $[x;\ 0]$. Proto $P = [x;\ 0]$, hledáme chybějící souřadnici x:

$$y = 4 - 2t$$

$$0 = 4 - 2t$$

$$t = 2$$

$$x = 3 \cdot 2 = 6$$

Průsečík přímky s osou x má souřadnice $P = [6;\ 0]$.

---

13) Přímka p je určena parametrickými rovnicemi: $p: x = 1 + 2t; y = 3 - t; t \in R$. Určete souřadnice průsečíku P přímky p se souřadnicovou osou y.

Postup

Každý průsečík přímky s osou y má souřadnice $[0;\ y]$. Proto $P = [0;\ y]$, hledáme chybějící souřadnici y:

$$x = 1 + 2t$$

$$0 = 1 + 2t$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

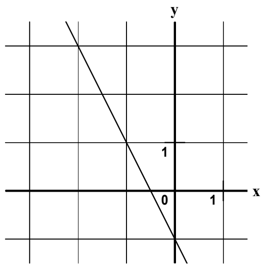
$$y = 3 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$$

Průsečík přímky s osou y má souřadnice $P = \left[0;\ \frac{7}{2}\right]$.

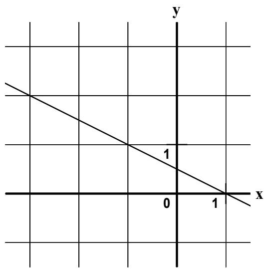
---

14) Je dána přímka $p: x=-1+t;\ y=1+2t;\ t\in R$. Na kterém obrázku je přímka p?

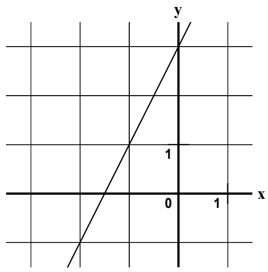
A



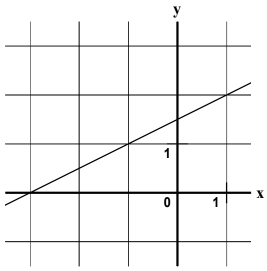
B



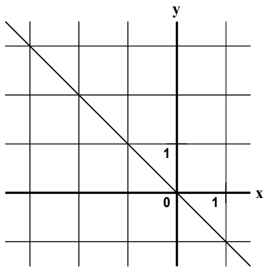
C



D



E

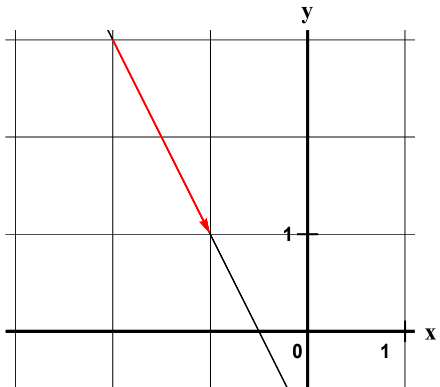


Postup

U správné přímky musí vyhovovat jak bod, tak i směrový vektor.

Daná přímka $p: x=-1+t;\ y=1+2t;\ t\in R$ prochází bodem $A=[-1;\ 1]$. Tímto bodem ale prochází všechny přímky na obrázcích, proto musíme zkontrolovat směrový vektor. Ten musí být $(1;\ 2)$.

Směrové vektory si znázorníme na obrázcích tak, že spojíme šipkou dva nejbližší mřížové body – viz obrázek:



Směrové vektory jednotlivých přímek jsou:

A $(1;\ -2)$

B $(2;\ -1)$

C $(1;\ 2)$

D $(2;\ 1)$

E $(2;\ -2)$

Daná přímka je na obrázku C.