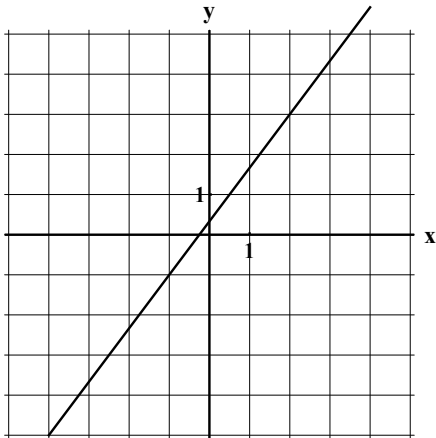


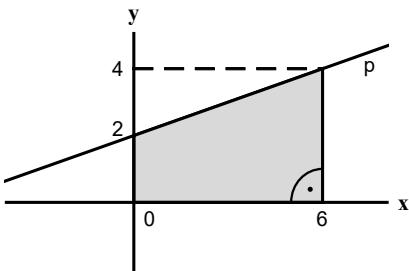
## Obecná rovnice přímky

### Zadání

- 1) Rozhodněte, zda bod  $A = [-2; 6]$  leží na přímce o rovnici  $4x + 3y - 10 = 0$ .
- 2) Rozhodněte, zda bod  $B = [7; 1]$  leží na přímce o rovnici  $4x + 3y - 10 = 0$ .
- 3) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $A = [-4; 5]$  a její směrový vektor je  $\vec{s} = (2; -3)$ .
- 4) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $B = [-2; 6]$  a její normálový vektor je  $\vec{n} = (-4; -3)$ .
- 5) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází body  $K = [-4; 5]$ ,  $L = [8; -2]$ .
- 6) Určete obecnou rovnici přímky určené grafem:



- 7) Najděte souřadnice bodů, v nichž přímka  $p: 5x + 2y - 13 = 0$  protíná osy  $x$  a  $y$ .
- 8) Napište obecnou rovnici přímky zadané parametricky rovnicemi:  $x = -4 + 2t$ ;  $y = 9 - 3t$ .
- 9) Napište obecnou rovnici přímky  $p$ , která prochází bodem  $A = [4; -5]$  a je rovnoběžná s přímkou  $q$  o rovnici  $4x - 2y + 15 = 0$ .
- 10) Napište obecnou rovnici přímky  $q$ , která prochází bodem  $K = [-1; 3]$  a je kolmá k přímce  $r$  o rovnici  $5x + 3y - 7 = 0$ .
- 11) Zapište obecnou rovnici přímky  $p$  znázorněné na obrázku:



- 12) Najděte číslo  $y$  tak, aby bod  $A = [-8; y]$  byl bodem přímky určené body  $K = [-5; 2]$ ,  $L = [13; 8]$ .
- 13) Určete průsečík přímek  $p, q$ :  $p: 4x + 5y - 6 = 0$ ;  $q: 2x - 3y + 5 = 0$ .
- 14) Určete odchylku přímek  $p: 6x - 4y + 5 = 0$ ;  $q: 3x - 2y - 4 = 0$ .
- 15) Určete vzdálenost bodu  $B = [8; -3]$  od přímky  $q: 2x - 7y + 3 = 0$ .
- 16) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží strana  $a$ .
- 17) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží těžnice  $t_b$ .

- 18) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží výška  $v_c$ .
- 19) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží osa strany  $b$ .

## Řešení

1) Rozhodněte, zda bod  $A = [-2; 6]$  leží na přímce o rovnici  $4x + 3y - 10 = 0$ .

### Postup

$$\begin{aligned} A = [-2; 6]: 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 6 - 10 &= 0 \\ -8 + 18 - 10 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Bod  $A$  leží na přímce.

---

2) Rozhodněte, zda bod  $B = [7; 1]$  leží na přímce o rovnici  $4x + 3y - 10 = 0$ .

### Postup

$$\begin{aligned} B = [7; 1]: 4 \cdot 7 + 3 \cdot 1 - 10 &= 0 \\ 28 + 3 - 10 &= 0 \\ 21 &\neq 0 \end{aligned}$$

Bod  $B$  neleží na přímce.

---

3) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $A = [-4; 5]$  a její směrový vektor je

$$\vec{s} = (2; -3).$$

### Postup

$$\begin{aligned} \vec{s} &= (b; -a) \\ \vec{s} = (2; -3) &\Rightarrow a = 3, b = 2 \\ 3x + 2y + c &= 0 \\ A = [-4; 5]: 3 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 + c &= 0 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

Obecná rovnice přímky je  $3x + 2y + 2 = 0$ .

---

4) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $B = [-2; 6]$  a její normálový vektor je

$$\vec{n} = (-4; -3).$$

### Postup

$$\begin{aligned} \vec{n} &= (a; b) \\ \vec{n} = (-4; -3) &\Rightarrow a = -4; b = -3 \\ -4x - 3y + c &= 0 \\ B = [-2; 6]: -4 \cdot (-2) - 3 \cdot 6 + c &= 0 \\ c &= 10 \end{aligned}$$

Obecná rovnice přímky je  $-4x - 3y + 10 = 0$ .

---

5) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází body  $K = [-4; 5]$ ,  $L = [8; -2]$ .

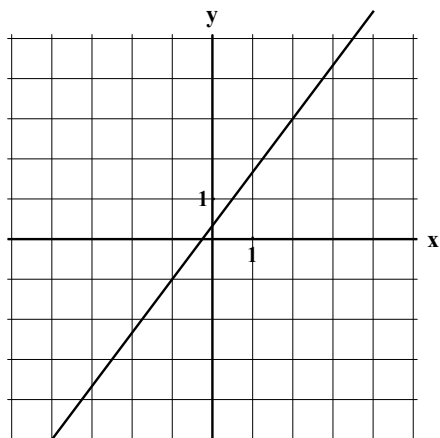
### Postup

$$\begin{aligned} \vec{s} = \overrightarrow{KL} = L - K &= (12; -7) \\ a = 7, b = 12 & \\ 7x + 12y + c &= 0 \\ K = [-4; 5]: 7 \cdot (-4) + 12 \cdot 5 + c &= 0 \\ c &= -32 \end{aligned}$$

Obecná rovnice přímky je  $7x + 12y - 32 = 0$ .

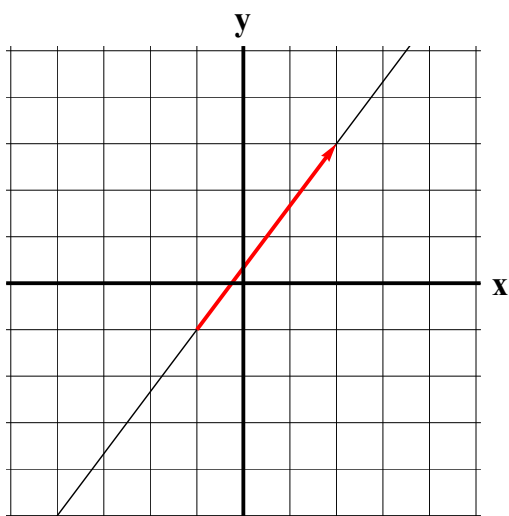
---

6) Určete obecnou rovnici přímky určené grafem:



**Postup**

Z grafu můžeme určit směrový vektor přímky a její bod:



$$\vec{s} = (3; 4) \Rightarrow a = -4, b = 3$$

$$-4x + 3y + c = 0$$

$$A = [2; 3]: -4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + c = 0$$

$$c = -1$$

Obecná rovnice přímky je  $-4x + 3y - 1 = 0$ .

7) Najděte souřadnice bodů, v nichž přímka  $p: 5x + 2y - 13 = 0$  protíná osy  $x$  a  $y$ .

**Postup**

*Průsečík přímky s osou  $x$*

Každý bod na ose  $x$  má  $y$ -ovou souřadnici rovnou nule, do rovnice přímky proto dosadíme za  $y$  nulu a vypočítáme  $x$ :

$$5x + 2 \cdot 0 - 13 = 0$$

$$x = \frac{13}{5}$$

Přímka protíná osu  $x$  v bodě  $\left[ \frac{13}{5}; 0 \right]$ .

*Průsečík přímky s osou y*

Každý bod na ose  $y$  má  $x$ -ovou souřadnici rovnou nule, do rovnice přímky proto dosadíme za  $x$  nulu a vypočítáme  $y$ :

$$5 \cdot 0 + 2y - 13 = 0$$

$$y = \frac{13}{2}$$

Přímka protíná osu  $y$  v bodě  $\left[0; \frac{13}{2}\right]$ .

---

8) Napište obecnou rovnici přímky zadané parametricky rovnicemi:  $x = -4 + 2t$ ;  $y = 9 - 3t$ .

**Postup**

Z parametrického vyjádření přímky můžeme určit bod přímky a její směrový vektor.

$$A = [-4; 9], \vec{s} = (2; -3)$$

$$a = 3, b = 2$$

$$3x + 2y + c = 0$$

$$A = [-4; 9]: 3 \cdot (-4) + 2 \cdot 9 + c = 0$$

$$c = -6$$

Obecná rovnice přímky je  $3x + 2y - 6 = 0$ .

---

9) Napište obecnou rovnici přímky  $p$ , která prochází bodem  $A = [4; -5]$  a je rovnoběžná s přímkou  $q$  o rovnici  $4x - 2y + 15 = 0$ .

**Postup**

Rovnoběžné přímky mají stejné koeficienty  $a, b$ , liší se koeficientem  $c$ :

$$4x - 2y + c = 0$$

$$[4; -5]: 4 \cdot 4 - 2 \cdot (-5) + c = 0$$

$$c = -26$$

Obecná rovnice přímky je  $4x - 2y - 26 = 0$ .

---

10) Napište obecnou rovnici přímky  $q$ , která prochází bodem  $K = [-1; 3]$  a je kolmá k přímce  $r$  o rovnici  $5x + 3y - 7 = 0$ .

**Postup**

daná přímka:  $5x + 3y - 7 = 0$

kolmá přímka:  $3x - 5y + c = 0$  – viz *Jednoduché pravidlo pro určení kolmé přímky*

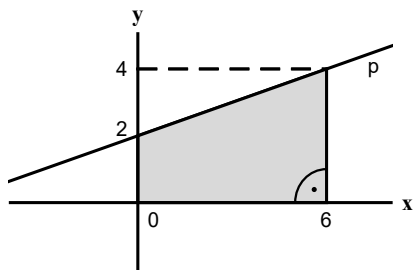
$$K = [-1; 3]: 3 \cdot (-1) - 5 \cdot 3 + c = 0$$

$$c = 18$$

Obecná rovnice přímky je  $3x - 5y + 18 = 0$ .

---

11) Zapište obecnou rovnici přímky  $p$  znázorněné na obrázku:



**Postup**

Z obrázku vyčteme, že přímka  $p$  je určena dvěma body  $A = [0; 2]$ ,  $B = [6; 4]$ .

$$\vec{s} = \vec{AB} = B - A = (6; 2)$$

$$a = -2; b = 6$$

$$-2x + 6y + c = 0$$

$$A: -2 \cdot 0 + 6 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = -12$$

Obecná rovnice přímky  $p$  je  $-2x + 6y - 12 = 0$ .

---

12) Najděte číslo  $y$  tak, aby bod  $A = [-8; y]$  byl bodem přímky určené body

$$K = [-5; 2], L = [13; 8].$$

**Postup**

Nejprve určíme rovnici přímky:

$$\vec{s} = \vec{KL} = L - K = (18; 6)$$

$$a = -6, b = 18$$

$$-6x + 18y + c = 0$$

$$[-5; 2]: -6 \cdot (-5) + 18 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = -66$$

Rovnice přímky je  $-6x + 18y - 66 = 0$

Nyní určíme chybějící souřadnici bodu A:

$$A = [-8; y]: -6 \cdot (-8) + 18y - 66 = 0$$

$$y = 1$$

Číslo  $y = 1$ .

---

13) Určete průsečík přímek  $p, q$ :  $p: 4x + 5y - 6 = 0$ ;  $q: 2x - 3y + 5 = 0$ .

**Postup**

Řešíme soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcl} 4x + 5y = 6 & & 4x + 5y = 6 \quad / \cdot 3 \\ 2x - 3y = -5 \quad / \cdot (-2) & & 2x - 3y = -5 \quad / \cdot 5 \\ \hline 4x + 5y = 6 & & 12x + 15y = 18 \\ -4x + 6y = 10 & & 10x - 15y = -25 \\ \hline 11y = 16 & & 22x = -7 \\ y = \frac{16}{11} & & x = -\frac{7}{22} \end{array}$$

Průsečíkem přímek je bod  $P = \left[ -\frac{7}{22}; \frac{16}{11} \right]$

---

14) Určete odchylku přímek  $p: 6x - 4y + 5 = 0$ ;  $q: 3x - 2y - 4 = 0$ .

**Postup**

Vezmeme normálové vektory:  $\vec{u} = (6; -4)$ ,  $\vec{v} = (3; -5)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{|6 \cdot 3 + (-4) \cdot (-5)|}{\sqrt{6^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2}} = 0,9037$$

$$\alpha = 25,35^\circ$$

Odchylka přímek je  $\alpha = 25,35^\circ$ .

---

15) Určete vzdálenost bodu  $B = [8; -3]$  od přímky  $r: 2x - 7y + 3 = 0$ .

**Postup**

$$|Br| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 8 - 7 \cdot (-3) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-7)^2}} = 5,49$$

Vzdálenost bodu  $B$  od přímky  $r$  je  $|Br| = 5,49$ .

---

16) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží strana  $a$ .

**Postup**

Přímka, na níž leží strana  $a$ , prochází body  $B, C$ :

$$\vec{s} = \vec{BC} = C - B = (-12; 5)$$

$$a = -5; b = -12$$

$$-5x - 12y + c = 0$$

$$B = [4; 2]: -5 \cdot 4 - 12 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = 44$$

Přímka, na níž leží strana  $a$  má obecnou rovnici  $-5x - 12y + 44 = 0$

---

17) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-9, 8]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží těžnice  $t_b$ .

**Postup**

Přímka, na níž leží těžnice  $t_b$ , prochází bodem  $B$  a středem strany  $AC$ :

$$S = \frac{A+C}{2} : x = \frac{5+(-9)}{2} = -2$$

$$y = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$S = [-2; 7]$$

$$\vec{s} = \overrightarrow{BS} = S - B = (-6; 5)$$

$$a = -5; b = -6$$

$$-5x - 6y + c = 0$$

$$B = [4; 2] : -5 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = 32$$

Přímka, na níž leží těžnice  $t_b$  má obecnou rovnici  $-5x - 6y + 32 = 0$

---

18) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-8, 7]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží výška  $v_c$ .

**Postup**

Přímka, na níž leží výška  $v_c$ , je určena bodem  $C$  a normálovým vektorem  $\overrightarrow{AB}$ :

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} = B - A = (-1; -4)$$

$$a = -1; b = -4$$

$$-x - 4y + c = 0$$

$$C = [-8; 7] : -(-8) - 4 \cdot 7 + c = 0$$

$$c = 20$$

Přímka, na níž leží výška  $v_c$ , má obecnou rovnici  $-x - 4y + 20 = 0$

---

19) Je dán  $\triangle ABC$ :  $A = [5, 6]$ ,  $B = [4, 2]$ ,  $C = [-9, 8]$ . Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží osa strany  $b$ .

**Postup**

Osa strany je přímka, která prochází středem strany  $b$  kolmo na tuto stranu. Je tedy určena středem strany  $AC$  a normálovým vektorem  $AC$ .

$$S = \frac{A+C}{2} : x = \frac{5+(-9)}{2} = -2$$

$$y = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$S = [-2; 7]$$

$$\vec{n} = \overrightarrow{AC} = C - A = (-14; 2)$$

$$a = -14; b = 2$$

$$-14x + 2y + c = 0$$

$$S = [-2; 7] : -14 \cdot (-2) + 2 \cdot 7 + c = 0$$

$$c = -42$$

Přímka, na níž leží osa strany  $b$  má obecnou rovnici  $-14x + 2y - 42 = 0$ .

---