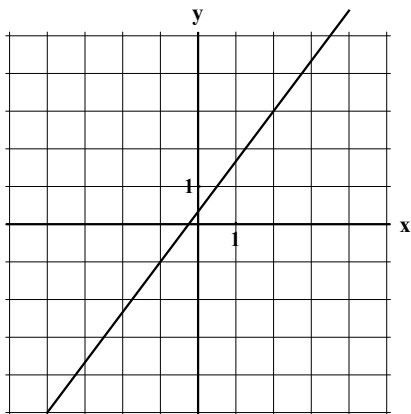


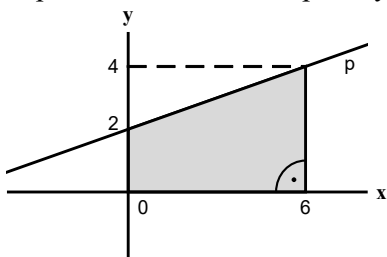
Obecná rovnice přímky

Zadání

- 1) Rozhodněte, zda bod $A = [-2; 6]$ leží na přímce o rovnici $4x + 3y - 10 = 0$.
- 2) Rozhodněte, zda bod $B = [7; 1]$ leží na přímce o rovnici $4x + 3y - 10 = 0$.
- 3) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem $A = [-4; 5]$ a její směrový vektor je $\vec{s} = (2; -3)$.
- 4) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem $B = [-2; 6]$ a její normálový vektor je $\vec{n} = (-4; -3)$.
- 5) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází body $K = [-4; 5]$, $L = [8; -2]$.
- 6) Určete obecnou rovnici přímky určené grafem:



- 7) Najděte souřadnice bodů, v nichž přímka $p: 5x + 2y - 13 = 0$ protíná osy x a y .
- 8) Napište obecnou rovnici přímky zadané parametricky rovnicemi: $x = -4 + 2t$; $y = 9 - 3t$.
- 9) Napište obecnou rovnici přímky p , která prochází bodem $A = [4; -5]$ a je rovnoběžná s přímkou q o rovnici $4x - 2y + 15 = 0$.
- 10) Napište obecnou rovnici přímky q , která prochází bodem $K = [-1; 3]$ a je kolmá k přímce r o rovnici $5x + 3y - 7 = 0$.
- 11) Zapište obecnou rovnici přímky p znázorněné na obrázku:



- 12) Najděte číslo y tak, aby bod $A = [-8; y]$ byl bodem přímky určené body $K = [-5; 2]$, $L = [13; 8]$.
- 13) Určete průsečík přímek p, q : $p: 4x + 5y - 6 = 0$; $q: 2x - 3y + 5 = 0$.
- 14) Určete odchylku přímek $p: 6x - 4y + 5 = 0$; $q: 3x - 5y - 4 = 0$.
- 15) Určete vzdálenost bodu $B = [8; -3]$ od přímky $q: 2x - 7y + 3 = 0$.
- 16) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-8, 7]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží strana a .
- 17) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-9, 8]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží těžnice t_b .

18) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-8, 7]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží výška v_c .

19) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-9, 8]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží osa strany b .

Řešení

1) Rozhodněte, zda bod $A = [-2; 6]$ leží na přímce o rovnici $4x + 3y - 10 = 0$.

Postup

$$\begin{aligned}A = [-2; 6]: 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 6 - 10 &= 0 \\-8 + 18 - 10 &= 0 \\0 &= 0\end{aligned}$$

Bod A leží na přímce.

2) Rozhodněte, zda bod $B = [7; 1]$ leží na přímce o rovnici $4x + 3y - 10 = 0$.

Postup

$$\begin{aligned}B = [7; 1]: 4 \cdot 7 + 3 \cdot 1 - 10 &= 0 \\28 + 3 - 10 &= 0 \\21 &\neq 0\end{aligned}$$

Bod B neleží na přímce.

3) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem $A = [-4; 5]$ a její směrový vektor je

$$\vec{s} = (2; -3).$$

Postup

$$\begin{aligned}\vec{s} &= (b; -a) \\ \vec{s} = (2; -3) &\Rightarrow a = 3, b = 2\end{aligned}$$

$$3x + 2y + c = 0$$

$$A = [-4; 5]: 3 \cdot (-4) + 2 \cdot 5 + c = 0$$

$$c = 2$$

Obecná rovnice přímky je $3x + 2y + 2 = 0$.

4) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem $B = [-2; 6]$ a její normálový vektor je

$$\vec{n} = (-4; -3).$$

Postup

$$\begin{aligned}\vec{n} &= (a; b) \\ \vec{n} = (-4; -3) &\Rightarrow a = -4; b = -3\end{aligned}$$

$$-4x - 3y + c = 0$$

$$B = [-2; 6]: -4 \cdot (-2) - 3 \cdot 6 + c = 0$$

$$c = 10$$

Obecná rovnice přímky je $-4x - 3y + 10 = 0$.

5) Napište obecnou rovnici přímky, která prochází body $K = [-4; 5]$, $L = [8; -2]$.

Postup

$$\vec{s} = \overrightarrow{KL} = L - K = (12; -7)$$

$$a = 7, b = 12$$

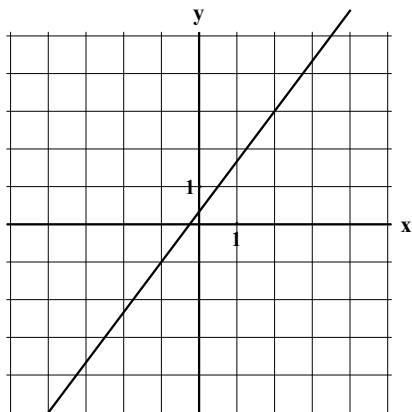
$$7x + 12y + c = 0$$

$$K = [-4; 5]: 7 \cdot (-4) + 12 \cdot 5 + c = 0$$

$$c = -32$$

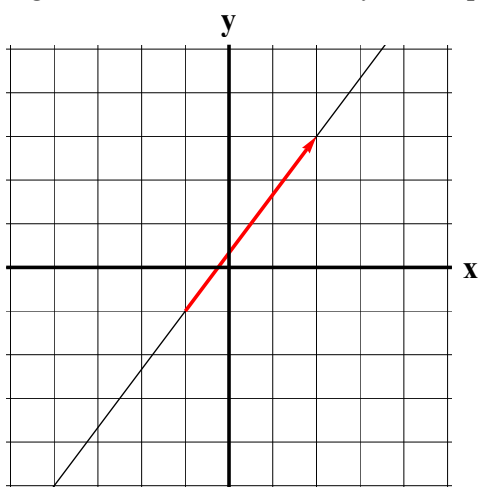
Obecná rovnice přímky je $7x + 12y - 32 = 0$.

6) Určete obecnou rovnici přímky určené grafem:



Postup

Z grafu můžeme určit směrový vektor přímky a její bod:



$$\vec{s} = (3; 4) \Rightarrow a = -4, b = 3$$

$$-4x + 3y + c = 0$$

$$A = [2; 3]: -4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + c = 0$$

$$c = -1$$

Obecná rovnice přímky je $-4x + 3y - 1 = 0$.

7) Najděte souřadnice bodů, v nichž přímka $p: 5x + 2y - 13 = 0$ protíná osy x a y .

Postup

Průsečík přímky s osou x

Každý bod na ose x má y -ovou souřadnici rovnou nule, do rovnice přímky proto dosadíme za y nulu a vypočítáme x :

$$5x + 2 \cdot 0 - 13 = 0$$

$$x = \frac{13}{5}$$

Přímka protíná osu x v bodě $\left[\frac{13}{5}; 0 \right]$.

Průsečík přímky s osou y

Každý bod na ose y má x -ovou souřadnici rovnou nule, do rovnice přímky proto dosadíme za x nulu a vypočítáme y :

$$5 \cdot 0 + 2y - 13 = 0$$

$$y = \frac{13}{2}$$

Přímka protíná osu y v bodě $\left[0; \frac{13}{2}\right]$.

8) Napište obecnou rovnici přímky zadané parametricky rovnicemi: $x = -4 + 2t$; $y = 9 - 3t$.

Postup

Z parametrického vyjádření přímky můžeme určit bod přímky a její směrový vektor.

$$A = [-4; 9], \vec{s} = (2; -3)$$

$$a = 3, b = 2$$

$$3x + 2y + c = 0$$

$$A = [-4; 9]: 3 \cdot (-4) + 2 \cdot 9 + c = 0$$

$$c = -6$$

Obecná rovnice přímky je $3x + 2y - 6 = 0$.

9) Napište obecnou rovnici přímky p , která prochází bodem $A = [4; -5]$ a je rovnoběžná s přímkou q o rovnici $4x - 2y + 15 = 0$.

Postup

Rovnoběžné přímky mají stejné koeficienty a , b , liší se koeficientem c :

$$4x - 2y + c = 0$$

$$[4; -5]: 4 \cdot 4 - 2 \cdot (-5) + c = 0$$

$$c = -26$$

Obecná rovnice přímky je $4x - 2y - 26 = 0$.

10) Napište obecnou rovnici přímky q , která prochází bodem $K = [-1; 3]$ a je kolmá k přímce r o rovnici $5x + 3y - 7 = 0$.

Postup

$$\text{daná přímka: } 5x + 3y - 7 = 0$$

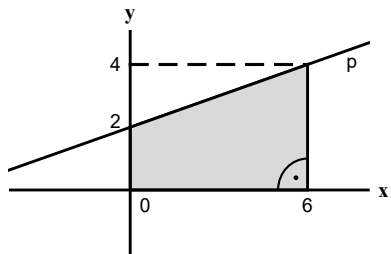
kolmá přímka: $3x - 5y + c = 0$ – viz *Jednoduché pravidlo pro určení kolmé přímky*

$$K = [-1; 3]: 3 \cdot (-1) - 5 \cdot 3 + c = 0$$

$$c = 18$$

Obecná rovnice přímky je $3x - 5y + 18 = 0$.

11) Zapište obecnou rovnici přímky p znázorněné na obrázku:



Postup

Z obrázku vyčteme, že přímka p je určena dvěma body $A = [0; 2]$, $B = [6; 4]$.

$$\vec{s} = \vec{AB} = B - A = (6; 2)$$

$$a = -2; b = 6$$

$$-2x + 6y + c = 0$$

$$A: -2 \cdot 0 + 6 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = -12$$

Obecná rovnice přímky p je $-2x + 6y - 12 = 0$.

12) Najděte číslo y tak, aby bod $A = [-8; y]$ byl bodem přímky určené body

$$K = [-5; 2], L = [13; 8].$$

Postup

Nejprve určíme rovnici přímky:

$$\vec{s} = \vec{KL} = L - K = (18; 6)$$

$$a = -6, b = 18$$

$$-6x + 18y + c = 0$$

$$[-5; 2]: -6 \cdot (-5) + 18 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = -66$$

Rovnice přímky je $-6x + 18y - 66 = 0$

Nyní určíme chybějící souřadnici bodu A:

$$A = [-8; y]: -6 \cdot (-8) + 18y - 66 = 0$$

$$y = 1$$

Číslo $y = 1$.

13) Určete průsečík přímk p, q : $p: 4x + 5y - 6 = 0$; $q: 2x - 3y + 5 = 0$.

Postup

Řešíme soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcl} 4x + 5y = 6 & & 4x + 5y = 6 \quad / \cdot 3 \\ 2x - 3y = -5 \quad / \cdot (-2) & & 2x - 3y = -5 \quad / \cdot 5 \\ \hline 4x + 5y = 6 & & 12x + 15y = 18 \\ -4x + 6y = 10 & & 10x - 15y = -25 \\ \hline 11y = 16 & & 22x = -7 \\ y = \frac{16}{11} & & x = -\frac{7}{22} \end{array}$$

Průsečíkem přímk je bod $P = \left[-\frac{7}{22}; \frac{16}{11} \right]$

14) Určete odchylku přímk $p: 6x - 4y + 5 = 0$; $q: 3x - 5y - 4 = 0$.

Postup

Vezmeme normálové vektory: $\vec{u} = (6; -4)$, $\vec{v} = (3; -5)$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{|6 \cdot 3 + (-4) \cdot (-5)|}{\sqrt{6^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2}} = 0,9037$$

$$\alpha = 25,35^\circ$$

Odchylka přímk je $\alpha = 25,35^\circ$.

15) Určete vzdálenost bodu $B = [8; -3]$ od přímky $r: 2x - 7y + 3 = 0$.

Postup

$$|Br| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \cdot 8 - 7 \cdot (-3) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-7)^2}} = 5,49$$

Vzdálenost bodu B od přímky r je $|Br| = 5,49$.

16) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-8, 7]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží strana a .

Postup

Přímka, na níž leží strana a , prochází body B, C :

$$\vec{s} = \overrightarrow{BC} = C - B = (-12; 5)$$

$$a = -5; b = -12$$

$$-5x - 12y + c = 0$$

$$B = [4; 2]: -5 \cdot 4 - 12 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = 44$$

Přímka, na níž leží strana a má obecnou rovnici $-5x - 12y + 44 = 0$

17) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-9, 8]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží těžnice t_b .

Postup

Přímka, na níž leží těžnice t_b , prochází bodem B a středem strany AC :

$$S = \frac{A+C}{2} : x = \frac{5+(-9)}{2} = -2$$

$$y = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$S = [-2; 7]$$

$$\vec{s} = \vec{BS} = S - B = (-6; 5)$$

$$a = -5; b = -6$$

$$-5x - 6y + c = 0$$

$$B = [4; 2] : -5 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + c = 0$$

$$c = 32$$

Přímka, na níž leží těžnice t_b má obecnou rovnici $-5x - 6y + 32 = 0$

18) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-8, 7]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží výška v_c .

Postup

Přímka, na níž leží výška v_c , je určena bodem C a normálovým vektorem \vec{AB} :

$$\vec{n} = \vec{AB} = B - A = (-1; -4)$$

$$a = -1; b = -4$$

$$-x - 4y + c = 0$$

$$C = [-8; 7] : -(-8) - 4 \cdot 7 + c = 0$$

$$c = 20$$

Přímka, na níž leží výška v_c , má obecnou rovnici $-x - 4y + 20 = 0$

19) Je dán $\triangle ABC$: $A = [5, 6]$, $B = [4, 2]$, $C = [-9, 8]$. Určete obecnou rovnici přímky, na níž leží osa strany b .

Postup

Osa strany je přímka, která prochází středem strany b kolmo na tuto stranu. Je tedy určena středem strany AC a normálovým vektorem AC .

$$S = \frac{A+C}{2} : x = \frac{5+(-9)}{2} = -2$$

$$y = \frac{6+8}{2} = 7$$

$$S = [-2; 7]$$

$$\vec{n} = \vec{AC} = C - A = (-14; 2)$$

$$a = -14; b = 2$$

$$-14x + 2y + c = 0$$

$$S = [-2; 7] : -14 \cdot (-2) + 2 \cdot 7 + c = 0$$

$$c = -42$$

Přímka, na níž leží osa strany b má obecnou rovnici $-14x + 2y - 42 = 0$.
