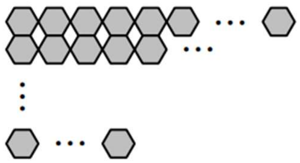
Posloupnosti a finanční matematika

Jaro 2023

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 25

Dvě různé mozaiky jsou sestaveny z několika řad shodných šestiúhelníků.



25.1 První mozaika obsahuje 10 řad. Nejvíce šestiúhelníků je v horní řadě.
V každé další řadě je o polovinu méně šestiúhelníků než v řadě nad ní.
Ve třetí řadě zdola je 36 šestiúhelníků.

25.2 Druhá mozaika obsahuje lichý počet řad. Nejvíce šestiúhelníků je v horní řadě.
V každé další řadě je o 15 šestiúhelníků méně než v řadě nad ní.
Nejméně šestiúhelníků je tedy ve spodní řadě.
V prostřední řadě je 260 šestiúhelníků a ve spodní řadě 140 šestiúhelníků.

25 Ke každé otázce (25.1–25.2) přiřaďte správnou odpověď (A–F).

25.1 Kolik šestiúhelníků je v horní řadě první mozaiky?

25.2 Kolik šestiúhelníků dohromady obsahuje druhá mozaika?

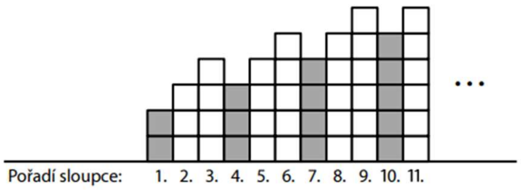
A) méně než 4 000 B) 4 096 C) 4 420 D) 4 608 E) 4 680 F) více než 4 700

Výsledek: D, C, max. 4 body

Podzim 2022

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Obrazec obsahuje 1000 sloupců vytvořených ze stejně velkých čtverců. Pravidelně se v něm střídají jeden tmavý sloupec a dva bílé. Poslední sloupec je tmavý. První sloupec je vytvořen ze 2 tmavých čtverců, další dva sloupce jsou ze 3 a 4 bílých čtverců. Každá další trojice sloupců pak začíná tmavým sloupcem, který obsahuje o 1 čtverec méně než předchozí sloupec. Následují dva bílé sloupce, každý o 1 čtverec vyšší než předchozí.



9 Určete,

9.1 kolik čtverců obsahuje poslední sloupec obrazce,

9.2 kolik **tmavých** čtverců obsahuje celý obrazec.

Výsledek: 9.1 Počet čtverců v posledním (tmavém) sloupci: **335**,

9.2 Počet všech tmavých čtverců v obrazci: **56 279**, max. 2 body

---

VÝCHOZÍ TEXTY K ÚLOHÁM 15.1–15.3

15.1 Boty byly v únoru o 50 % levnější než v lednu a v březnu se jejich cena zvýšila na 150 % únorové ceny.

15.2 Původní cena jablek se snížila nejprve o 20 % a poté o 25 % již snížené ceny.

15.3 Obchodník prodal 40 % švestek za plnou cenu a zbývající švestky s 25% slevo

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N)

15.1 Ceny bot v lednu a březnu byly stejné.

15.2 Po obou slevách tvořila cena jablek 60 % původní ceny.

15.3 Obchodník utržil za švestky tolik, jako by je všechny prodal s 15% slevou.

Výsledek: N A A, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

V posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ pro každé $n \in N$ platí $a_n = 7$.

V posloupnosti $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ je první člen $b_1 = -8$ a pro každé $n \in N$ platí $b_{n+1} = b_n + 3$.

20 O kolik se liší součet prvních 10 členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$

a součet prvních 10 členů posloupnosti $(b_n)_{n=1}^{\infty}$

A) o 6 B) o 12 C) o 15 D) o 18 E) o jiný počet

Výsledek: C, 2 body

Jaro 2022

12 V aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 15$ je šedesátý člen $a_{60} = 340$.

Určete

12.1 první člen a_1,

12.2 pořadí k nejmenšího kladného členu posloupnosti ($a_k > 0$).

Výsledek: 12.1 $a_1 = -545$, 12.2 $k = 38$, max. 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Robůtek se pohybuje po spirále. Nejkratší dobu stráví na prvním oblouku spirály. Časy strávené na dalších obloucích se postupně prodlužují. Rozdíl časů strávených na kterýchkoli dvou po sobě jdoucích obloucích je konstantní. První dva oblouky překoná robůtek za 32 sekund, samotný čtvrtý oblouk také za 32 sekund.

13 Vypočtěte čas, který robůtek stráví na pátém oblouku.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Výsledek: Na pátém oblouku spirály stráví robůtek 38,4 sekundy, max. 2 body.

---

24 V **geometrické** posloupnosti je třetí člen $a_3 = 2$ a čtvrtý člen je o 3 menší než třetí člen.

Jaký je součet prvních tří členů uvedené geometrické posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3$)?

A) −3 B) 6 C) 15 D) 26 E) jiný součet

Výsledek: B, 2 body.

Podzim 2021

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Pan Kraus vložil do fondu počáteční kapitál. Vždy po uplynutí úrokovacího období v délce jednoho roku se aktuální kapitál pana Krause zvýšil o 5 %. Za 6 let tak byl jeho kapitál ve fondu celkem o 68 019 korun vyšší než počáteční kapitál.

10 Vypočtěte hodnotu počátečního kapitálu pana Krause. Výsledek zaokrouhlete na celé koruny.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Výsledek: Počáteční kapitál pana Krause činil 200 000 korun, max. 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Vytváříme dvě posloupnosti $\left(a_n\right)_{n=1}^{\infty}$ a $\left(b_n\right)_{n=1}^{\infty}$.

První člen je v obou posloupnostech stejný: $a_1 = b_1 = 24$.

V posloupnosti $\left(a_n\right)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **prvního** členu.

V posloupnosti $\left(b_n\right)_{n=1}^{\infty}$ je druhý a každý další člen větší než předchozí člen vždy o 50 % **předchozího** členu.

20 Kolikrát větší je člen b_{33} než člen a_{33}? (Výsledek je zaokrouhlen na jednotky.)

A) 25 379krát

B) 36 981krát

C) 258 864krát

D) 383 502krát

E) Obě čísla jsou stejná.

Výsledek: A, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

Ota Rozmařilý v období trvajícím 100 dní utrácel následujícím způsobem:

Za první den utratil celkem 10 000 korun. Každý 5. den neutratil nic. Ve všech ostatních dnech utratil za den vždy o 100 korun méně než za den, kdy utrácel naposledy.

(Např. 3. den utratil 9 800 korun, 4. den 9 700 korun, 5. den 0 korun a 6. den 9 600 korun.).

21 Kolik korun utratil Ota Rozmařilý během 100 dní?

A) 484 000 korun

B) 560 000 korun

C) 692 000 korun

D) 2 240 000 korun

E) jiný počet korun

Výsledek: A, 2 body.

Mimořádný termín červenec 2021

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V kocourkovské firmě má na počátku každý pracovník stejnou základní hodinovou mzdu. Ke zvýšení hodinové mzdy může dojít během kariéry nejvýše 4krát. Po každém zvýšení je poměr zvýšené mzdy ku předchozí mzdě 3:2. Pan Kočka má po dvojím zvýšení hodinovou mzdu o 200 korun vyšší než na počátku.

13 Vypočtěte, kolik korun činí v kocourkovské firmě

13.1 základní hodinová mzda,

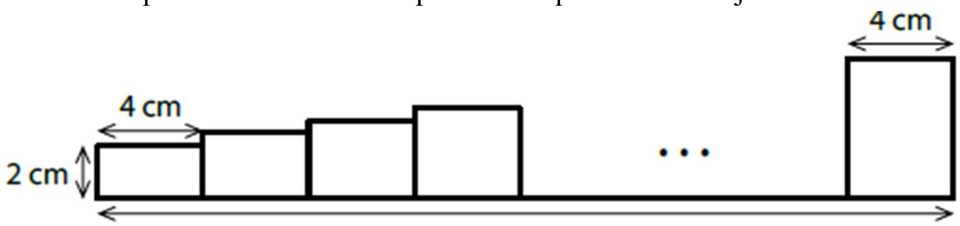
13.2 nejvyšší možná hodinová mzda.

Výsledek: 13.1 160 korun, 13.2 810 korun, max. 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Rovinný obrazec se skládá z pravoúhelníků (obdélníků a jednoho čtverce).

První pravoúhelník je obdélník s rozměry 4 cm a 2 cm. První rozměr (4 cm) je stejný i u všech následujících pravoúhelníků, druhý rozměr (délka svislé strany) je u každého dalšího pravoúhelníku o 0,2 cm větší než u předchozího pravoúhelníku. Obsah posledního pravoúhelníku je 20 cm^2.



14 Vypočtěte

14.1 pořadí pravoúhelníku, který je čtverec,

14.2 v cm délku x celého obrazce,

14.3 v cm^2 obsah celého obrazce.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy **celý postup řešení**.

Výsledek: 14.1 11. pravoúhelník 1 bod, 14.2 x = 64 cm 1 bod, 14.3 224 cm^2 1 bod.

Jaro 2021

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 21

V rizikové oblasti se počty nově nakažených osob evidují denně vždy v 18 hodin. V poslední době pozorujeme exponenciální růst šíření nákazy a zatím se nepředpokládá změna tohoto trendu. Tedy denní počty nově nakažených osob odpovídají po sobě jdoucím členům geometrické posloupnosti zaokrouhleným na celá čísla.

V sobotu (tj. před 2 dny) bylo evidováno 729 nově nakažených osob, v pondělí (tj. dnes) 810 osob a v pátek tohoto týdne (tj. ode dneška za 4 dny) lze očekávat n nově nakažených osob.

21 Ve kterém intervalu leží n?

A) $(810; 980\rangle$ B) $(980; 1\,030\rangle$ C) $(1\,030; 1\,080\rangle$ D) $(1\,080; 1\,230\rangle$ E) $(1\,230; 2\,460\rangle$

Výsledek: B, 2 body.

---

22 V aritmetické posloupnosti $\left(a_n\right)_{n=1}^{\infty}$ platí:

$a_3 = 8$

$a_5 = a_3 + a_4$

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B) $a_2 + a_3 = 8$

C) $a_1 + a_3 = a_2$

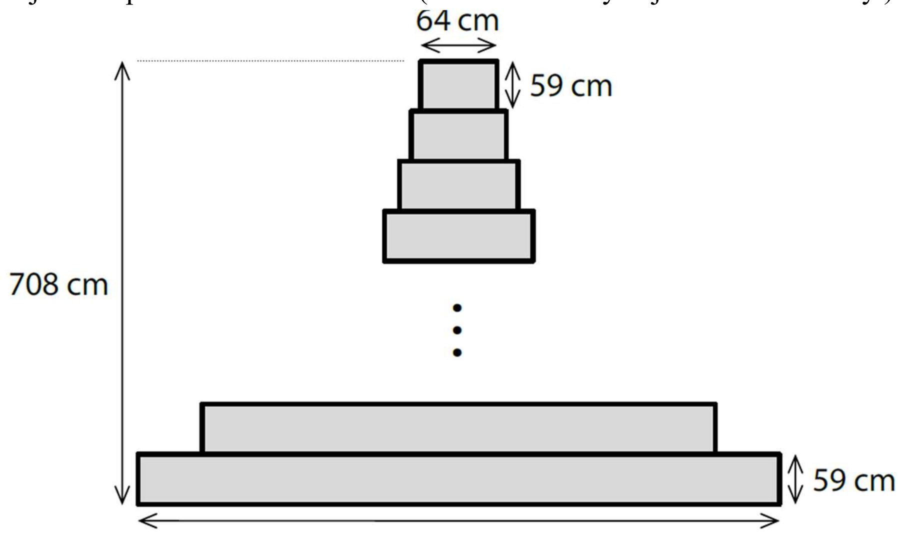
D) $a_2 + a_4 = a_3$

E) $a_2 + a_3 + a_4 = a_5$

Výsledek: D, 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na zeď haly je promítnut obrazec vysoký 708 cm. Obrazec je složen z obdélníků, první obdélník shora má výšku 59 cm a šířku 64 cm. Každý další obdélník má rovněž výšku 59 cm, ale šířku má vždy o čtvrtinu větší, než je šířka předchozího obdélníku. (Mezi obdélníky nejsou žádné mezery.)



23 Jaká je šířka s posledního obdélníku? Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

A) 745 cm

B) 768 cm

C) 809 cm

D) 931 cm

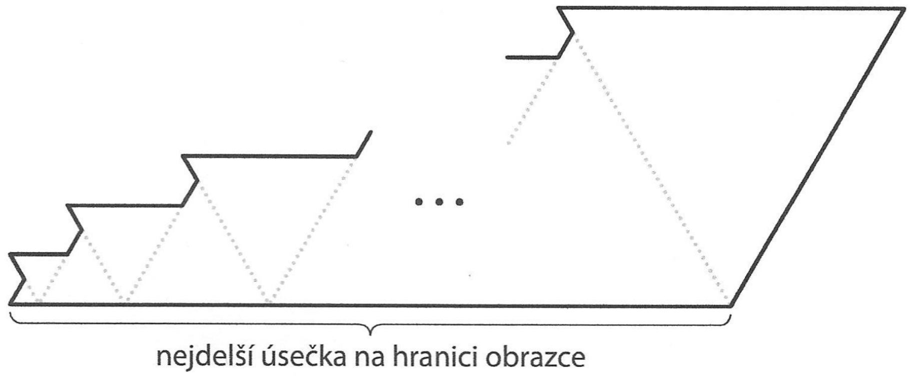
E) jiná šířka

Výsledek: A, 2 body.

Podzim 2020

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Zakreslený obrazec se skládá z 50 rovnostranných trojúhelníků. První z těchto trojúhelníků má stranu délky 1 cm. Každý další trojúhelník má stranu o 1 cm delší než předchozí trojúhelník.



Nejdelší úsečka na hranici obrazce se skládá z vodorovných stran všech trojúhelníků s lichým pořadím (1., 3., 5. atd.). Každý trojúhelník se sudým pořadím má na této úsečce jeden vrchol.

12 Vypočtěte v cm

12.1 délku nejdelší úsečky na hranici obrazce,

12.2 obvod obrazce.

Výsledek: **12.1** 625 cm 1 bod, **12.2** 1375 cm 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

V Kocourkově si klient založil účet a vložil na něj 2 000 zlaťáků. Po uplynutí každého roku se aktuální částka na jeho účtu mávnutím proutku zvětší o polovinu. Klient na účet žádné další peníze nevkládá, ani je z účtu nevybírá.

13 Vypočtěte,

13.1 kolik zlaťáků bude mít klient na účtu po dvou letech od jeho založení,

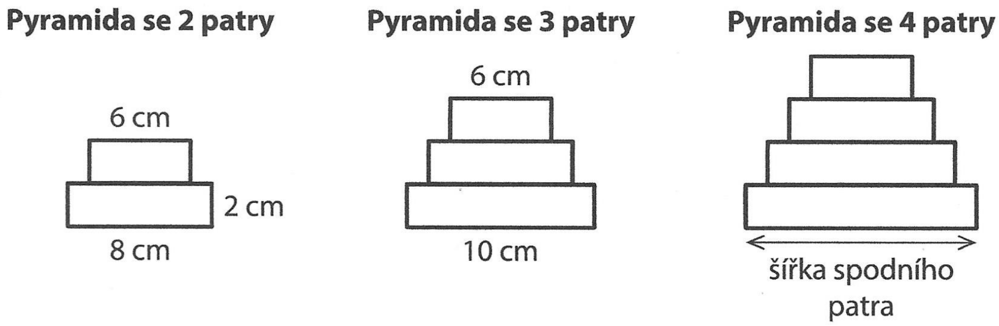
13.2 po kolika letech od založení účtu bude mít klient poprvé na účtu přes 1 milion zlaťáků.

Výsledek: **13.1** 4 500 zlaťáků 1 bod; **13.2** po 16 letech 1 bod

Jaro 2020

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Zobrazené pyramidy jsou rovinné obrazce složené z obdélníků, které představují jednotlivá patra pyramidy. Každé patro je 2 cm vysoké. Horní patro má vždy šířku 6 cm. Každé další patro je vždy o 2 cm širší než patro bezprostředně nad ním.



15 Vypočtěte

15.1 v cm šířku spodního patra pyramidy, která má 200 pater,

15.2 v cm^2 obsah pyramidy, která má 200 pater.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Výsledek: **15.1** 404 cm 1 bod; **15.2** 82 000 cm^2 max. 2 body

---

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 Čísla $\frac{1}{20}; \frac{1}{10}; \frac{1}{5}; \frac{2}{5}; \frac{4}{5}; \frac{8}{5}$ tvoří šest po sobě jdoucích členů **geometrické** posloupnosti.

16.2 Čísla 1; 3; 6; 10; 15; 21 tvoří šest po sobě jdoucích členů **aritmetické** posloupnosti.

16.3 Čísla 1; –2; 4; –8; 16; –32 tvoří šest po sobě jdoucích členů **geometrické** posloupnosti.

16.4 Čísla $\frac{1}{20}; \frac{1}{40}; 0; -\frac{1}{40}; -\frac{1}{20}; -\frac{3}{40}$ tvoří šest po sobě jdoucích členů **aritmetické** posloupnosti.

Výsledek: A N A A, max. 2 body

Podzim 2019

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V geometrické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 1,4$ platí, že součin prvního a druhého členu je stejný jako součet obou těchto členů.

14 Vypočtěte

14.1 kvocient této posloupnosti,

14.2 třetí člen této posloupnosti

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Výsledky: 14.1 $q = 2,5$ **a postup řešení, 14.2** $a_3 = 8,75$ **a postup řešení, max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Klient si v Kocourkově sjednal na tři roky cestovní pojištění, za něž měl platit 100 korun měsíčně. Za bezeškodní průběh pojištění mu pojišťovna každý měsíc poskytla slevu ve výši 2 korun z ceny, kterou platil předchozí měsíc. Tedy druhý měsíc zaplatil 98 korun, třetí měsíc 96 korun atd. Klient neměl žádnou pojistnou událost (škodu) během celé doby pojištění.

23 Kolik korun celkem zaplatil klient za tříleté cestovní pojištění?

A) méně než 2 304 korun B) 2 304 korun C) 2 322 korun D) 2 340 korun E) více než 2 340 korun

Výsledek: D, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Banka u hypotečních úvěrů používá složené úročení s ročním úrokovacím obdobím a připisováním úroků na konci roku. Banka poskytla klientovi na počátku roku hypoteční úvěr, který klient začal splácet až po uplynutí tří let. Za tuto dobu úroky navýšily dlužnou částku o 9,3 %.

24 Jaká je roční úroková míra hypotečního úvěru? Výsledek je zaokrouhlen na desetiny procenta.

A) menší než 2,9 % B) 2,9 % C) 3,0 % D) 3,1 % E) větší než 3,1 %

Výsledek: C, 2 body

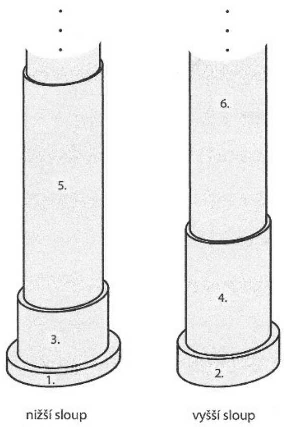
Jaro 2019

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V Kocourkově navrhli nereálný plán stavby dvou sloupů sahajících do nebe. Na stavbu se má použít celkem 20 válců. Jednotlivé válce jsou podle výšky označeny pořadovými čísly od 1 do 20.

Nejnižší je 1. válec s výškou 1 m, 2. válec má výšku 2 m a rovněž každý další válec je dvakrát vyšší než válec s pořadovým číslem o 1 nižším. (Tedy 3. válec má výšku 4 m, 4. válec 8 m atd.)

Nižší sloup bude postaven ze všech válců označených lichými pořadovými čísly od 1 do 19, vyšší sloup ze všech válců označených sudými pořadovými čísly od 2 do 20.



9 Určete v metrech

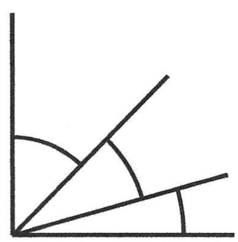
9.1 výšku 20. válce

9.2 výšku nižšího sloupu

Výsledky: 9.1 524 288 m 1 bod, 9.2 349 525 m, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

Pravý úhel je rozdělen na tři úhly, jejichž velikosti tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Nejmenší z těchto tří úhlů má velikost 11°.



10 Určete ve stupních velikost největšího z těchto tří úhlů.

Výsledek: 49°, 1 bod

---

22 V geometrické posloupnosti platí?

$a_2 = \sqrt[3]{3}$, $a_3 = -\sqrt[3]{9}$.

Jaká je hodnota součtu $a_1 + a_4$?

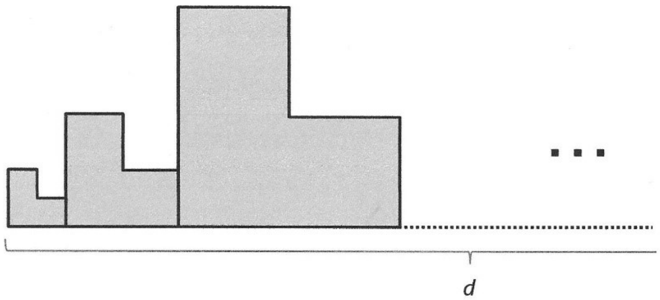
A) 2 B) 1 C) 0 D) – 1 E) jiná hodnota

Výsledek: A, 2 body

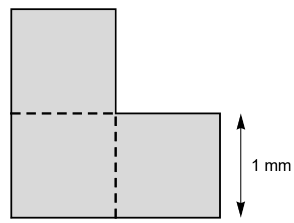
Podzim 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Obrazec je vytvořen z 9 dlaždic ve tvaru písmene „L“. Dlaždice jsou umístěny těsně vedle sebe a postupně se zvětšují. Rozměry každých dvou sousedních dlaždic jsou v poměru 1 : 2. Délku celého obrazce vytvořeného z 9 dlaždic označme *d*.



Každou dlaždici lze rozdělit na tři shodné čtverce.
První dlaždice je nejmenší. Její obsah je 3 mm^2.



8 V obrazci vytvořeném z 9 dlaždic určete

8.1 obsah plochy **páté** nejmenší dlaždice (v mm^2)

8.2 délku *d* **celého** obrazce (v mm)

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Výsledky: 8.1 768 mm^2 a postup řešení, 8.2 1 022 mm a postup řešení, max. 3 body

---

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 22

V aritmetické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 2$ platí, že dvojnásobek součtu druhého a třetího členu této posloupnosti je roven trojnásobku čtvrtého členu této posloupnosti.

22 Do kterého intervalu patří diference této posloupnosti?

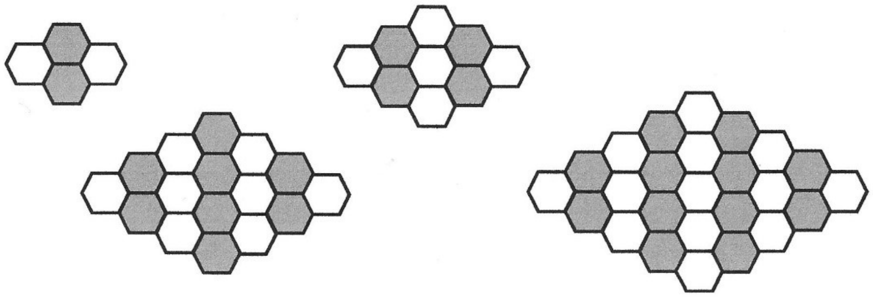
A) $\langle -1,5; -0,5 \rangle$ B) $(-0,5; 0,5\rangle$ C) $(0,5; 1,5\rangle$ D) $(1,5; 2,5\rangle$ E)Taková posloupnost neexistuje

Výsledek: C, 2 body

Jaro 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Obrazce jsou tvořeny bílými a tmavými šestiúhelníky uspořádanými do sloupců. Počet šestiúhelníků ve sloupcích se postupně zvětšuje, a to od levého, resp. pravého okraje obrazce směrem ke středu. Každý obrazec vždy začíná a končí sloupcem s jediným bílým šestiúhelníkem.



9 V jednom z dalších obrázků je **v nejdelším** sloupci **59** šestiúhelníků (nad sebou).

9.1 Určete v tomto obrazci počet všech **tmavých sloupců**.

9.2 Určete v tomto obrazci počet všech **bílých šestiúhelníků**.

Výsledky: 9.1 58 1 bod, 9.2 1741 1 bod

---

26 Přiřaďte ke každé úloze (26.1 – 26.3) odpovídající výsledek (A – E).

26.1 Petr má 270 korun, což je o polovinu více, než má Karel. **Kolik korun mají oba chlapci dohromady?**

26.2 Vklad 50 500 korun je uložen na 2 roky. Roční úroková sazba je 0,5 %, úroky se zdaňují 15 % a připisují se na účet vždy na konci roku. **Kolik korun přibyde ke vkladu za 2 roky?** (Výsledek je zaokrouhlen na celé číslo.)

26.3 Stará poštovní známka během posledního roku dvakrát zvýšila svou cenu, a to vždy o 25 % z předchozí ceny. Nyní ji lze koupit za 750 korun. **Jakou cenu měla před rokem?**

A) méně než 400 korun B) 430 korun C) 450 korun D) 480 korun E) jiný počet korun

Výsledek: CBD, max. 3 body

Podzim 2017

25 Přiřaďte ke každé posloupnosti (25.1 – 25.4) její druhý člen a_2 (A – F).

25.1 Aritmetická posloupnost $a_1 = \frac{21}{2}$; $a_6 = -7$ 25.2 Aritmetická posloupnost $a_1 = 12$; $s_4 = 0$

25.3 Geometrická posloupnost $a_1 = 8$; $a_4 = -1$ 25.4 Geometrická posloupnost $q = -\frac{1}{2}$; $s_3 = -12$

A) $a_2 = 4$ B) $a_2 = 5$ C) $a_2 = 6$ D) $a_2 = 7$ E) $a_2 = 8$ F) jiná hodnota a_2

Výsledek: D A F E, max. 4 body

26

26.1 Na pozemku o rozloze 0,16 km^2 je vytyčena čtvercová zahrada s délkou strany 0,2 km.

Kolik procent plochy pozemku čtvercová zahrada zabírá?

A) méně než 20%, B) 20%, C) 25%, D) 36%, E) více než 36%

26.2 Stroj ztrácí každoročně 40% ceny z předešlého roku.

Na kolik procent současné ceny se sníží cena stroje za 2 roky?

A) ne méně než 20%, B) na 20%, C) na 25%, D) na 36%, E) na více než 36%

26.3 Svetr byl před Vánocemi zdražen o 25%. V lednu byl zdražený svetr zlevněn opět na cenu, kterou měl před zdražením.

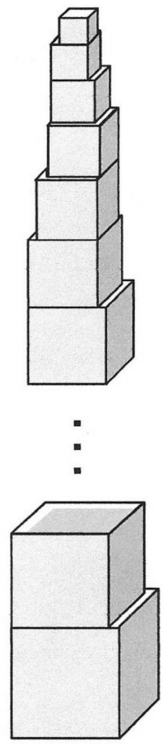
O kolik procent byla v lednu snížena cena zdraženého svetru?

A) o méně než 20%, B) o 20%, C) o 25%, D) o 36%, E) o více než 36%

Výsledek: C D B, max. 3 body

Jaro 2017

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6 - 7



V Kocourkově postavili televizní věž ze samých krychlí.

Dole je největší krychle s délkou hrany 6 m a každá následující krychle má hranu o 5 cm kratší. Hrana nejmenší krychle měří 3,5 m.

Každé dvě sousední krychle mají jeden společný vrchol. Při pohledu shora žádná z krychlí nepřečnívá přes níže položenou krychli.

6 Vypočtěte výšku televizní věže. Výsledek uveďte v metrech a nezaokrouhlujte.

7 Vypočtěte v m^2 obsah všech <u>nezakrytých vodorovných</u> ploch televizní věže (včetně horní stěny nejmenší krychle).

Výsledek: 6 242,25 m, max. 2 body, 7 36 m^2 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Obchod při výprodeji snížil původní cenu zboží o 40%. Navíc svým věrným zákazníkům rozeslal SMS zprávu s nabídkou další 15% slevy z ceny již zlevněného zboží.

11 Vypočtěte, o kolik procent se původní cena zboží snížila věrným zákazníkům, kteří využili i slevu nabízenou v SMS zprávě.

Výsledek: o 49%, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Čtveřice a_1, a_2, a_3, a_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **aritmetické** posloupnosti. Platí $a_1 = 1;\ a_4 = -8$.

Čtveřice g_1, g_2, g_3, g_4 představuje čtyři po sobě jdoucí členy **geometrické** posloupnosti. Platí $g_1 = 1;\ g_4 = -8$.

18 Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) $g_1 > g_2$ B) $g_3 > g_4$ C) $a_2 = g_2$ D) $a_3 = g_3$ E) $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$

Výsledek: D, 2 body

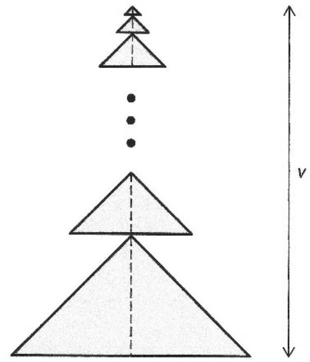
Podzim 2016

1 Počátečni cena akcie nejprve klesla o 20 % a pak tato nová cena vzrostla o 20 %. Výsledná cena akcie je 1 296 Kč. **Vypočtěte počáteční cenu akcie.**

Výsledek: 1 350 Kč, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 12 - 13

Fiktivní obrazec je sestaven z podobných rovnoramenných trojúhelníků. Sousední trojúhelníky mají vždy jeden společný bod a jejich výšky na základnu leží na téže přímce. Nejmenší trojúhelník má délku základny 2 cm a velikost výšky na základnu 1 cm. Každý další trojúhelník má uvedené rozměry dvakrát větší než předchozí trojúhelník.



12 Obrazec obsahuje 6 trojúhelníků.

Vypočtěte v cm^2 obsah největšího trojúhelníku.

13 Obrazec obsahuje 18 trojúhelníků.

Vypočtěte v cm výšku *v* <u>celého obrazce</u>.

Výsledky: 12: 1 024 cm^2 1 bod, 13: 262 143 cm 1 bod

---

24 Je dáno pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti:

$4, x, y, z, -8$

Která hodnota vyjadřuje součet $x + y + z$?

A) – 2 B) – 3 C) – 4 D) – 6 E) žádná z uvedených

Výsledek: D, 2 body

Jaro 2016

19 V aritmetické posloupnosti platí: $a_n = \dfrac{5-10n}{0,4}$, kde $n \in N$.

Jaká je diference posloupnosti?

A) 12,5 B) 5 C) – 5 D) – 12,5 E) – 25

Výsledek: E, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Kocourkovští chtěli prodat stroj za 200 000 Kč, ale za tuto cenu ho nikdo nekoupil. Proto pevně stanovili počet procent, o který se každodenně sníží prodejní cena stroje z předchozího dne. Po čtvrtém snížení, kdy cena klesla na 81 920 Kč, stroj konečně prodali.

20 O kolik korun se cena snížila poprvé?

A) o méně než 30 000 Kč B) o 30 000 Kč C) o 35 000 Kč D) o 40 000 Kč E) o více než 40 000 Kč

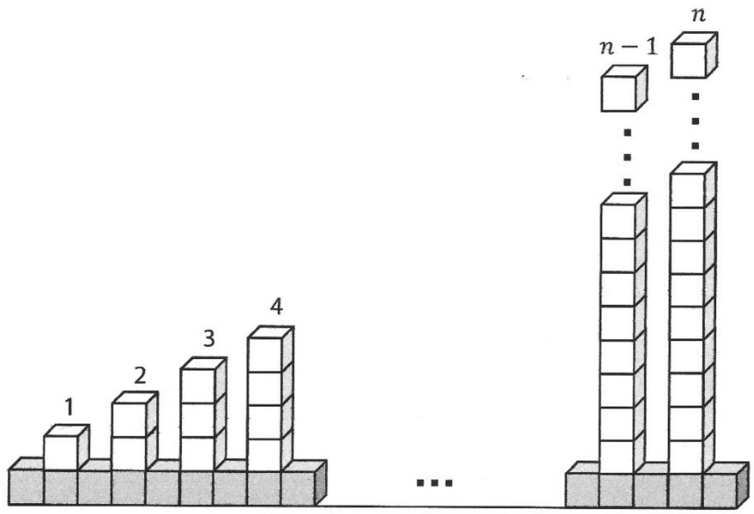
Výsledek: D, 2 body

Podzim 2015

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6 - 7

Kocourkovští postavili plot ze stejně velkých tmavých a světlých krychlí. Ve spodní řadě plotu umístili tmavé krychle těsně vedle sebe. Na každé druhé tmavé krychli pak postavili sloupek ze světlých krychlí. Nejnižší je první sloupek s jednou světlou krychlí. Každý následující sloupek je vždy o jednu krychli vyšší.

Nejvyšší sloupek tvoří *n* světlých krychlí. Plot je zakončen tmavou krychlí za nejvyšším sloupkem.



6 Vyjádřete počet <u>tmavých</u> krychlí v závislosti na veličině *n*, kde $n \in N$ **.**

7 Určete počet všech krychlí (tmavých i světlých) použitých na stavbu plotu pro $n = 99$ **.**

Výsledek: 6: 2*n* + 1, 1 bod, 7: 5 149, 1 bod

---

19 V geometrické posloupnosti platí: $q = -2$, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 15,4$

Do kterého z níže uvedených intervalů patří první člen a_1 **posloupnosti?**

A) $\langle -8;0)$ B) $(0;2\rangle$ C) $(2;4\rangle$ D) $(4;8\rangle$ E) do žádného z uvedených

Výsledek: B, 2 body

Jaro 2015

23 V geometrické posloupnosti s kladnými členy platí:

$a_2 = \frac{81}{2}; \ a_4 = \frac{1}{2}$

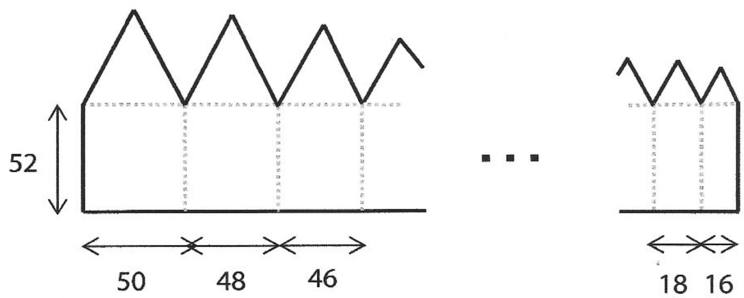
Do kterého z uvedených intervalů patří třetí člen a_3 posloupnosti?

A) $\langle 1;4)$ B) $\langle 4;8)$ C) $\langle 8;16)$ D) $\langle 16;32)$ E) $\langle 32;40)$

Výsledek: B, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 24

Souvislý rovinný obrazec se skládá z několika „domečků“ tvořených vždy obdélníkem a rovnostranným trojúhelníkem. Šířka prvního obdélníku je 50 cm, každý následující obdélník je o 2 cm užší. Poslední obdélník má šířku 16 cm. Všechny obdélníky mají délku 52 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.

24 Jaký je obvod celého obrazce?

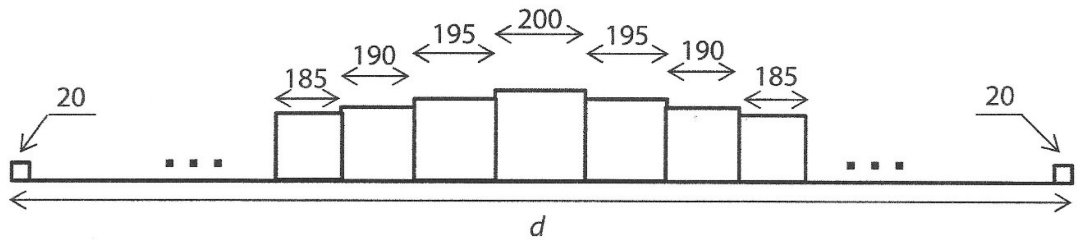
A) 1 688 cm B) 1 735 cm C) 1 784 cm D) 1 886 cm E) jiný obvod

Výsledek: D, 2 body

Ilustrační 2015

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Kocourkovská zeď je sestavena z krychlí. Uprostřed je největší krychle s hranou délky 200 cm. Vpravo i vlevo od ní se souměrně přidávají další krychle, jejichž hrany se postupně zkracují o 5 cm. Zeď má na obou koncích nejmenší krychle s hranou délky 20 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

18 Jak dlouhá je zeď?

A) d = 80,3 m   B) d = 79,4 m   C) d = 79 m   D) d = 78,6 m   E) d < 78,6 m

Výsledek: B, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Úvěr s 10% roční úrokovou mírou pan Novák splatí po dvou letech jednorázovou částkou 72 600 Kč. (Jedná se o složené úrokování, tedy na konci každého roku se aktuální dlužná částka zvýší o 10 %.)

19 Kolik korun banka panu Novákovi půjčila?

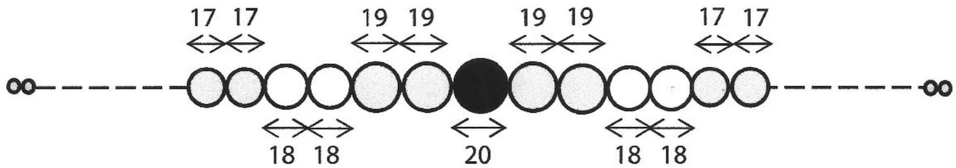
A) 60 000 Kč   B) 60 200 Kč   C) 60 500 Kč   D) 60 600 Kč   E) jinou částku

Výsledek: A, 2 body

Podzim 2014

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na rovném drátě je navlečeno celkem 61 korálků tvaru koule. Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

23 Jak dlouhá je řada korálků?

A) kratší než 720 mm B) 730 mm C) 740 mm D) 750 mm E) delší než 750 mm

Výsledek: C, 2 body

---

24 První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1 = 36;\ a_2 = 12;\ a_3 = 4$.

Který vzorec pro n-tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

A) $a_n = 36 + 24^{-n}$ B) $a_n = 52 - 16n$ C) $a_n = 60 - 24n$ D) $a_n = 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ E) $a_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Výsledek: D, 2 body

Jaro 2014

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Kocourkovští potřebovali peníze na opravu cest. V prvním roce si půjčili 1 milion korun. Nic nesplatili, proto ve druhém roce dluh narostl na 1,5 milionu korun. Protože Kocourkovští peníze ani nadále nespláceli, dluh se v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z předchozího roku.

19 Ve kterém roce dluh poprvé překročil částku 15 milionů korun?

A) v 6. roce B) v 8. roce C) v 9. roce D) v 10. roce E) později než v 10. roce

Výsledek: B, 2 body

---

26 Přiřaďte k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1−26.3) následující člen (A−E).

26.1 Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

26.2 Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

26.3 Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

A) $\frac{3}{2}$, B) $\frac{5}{2}$, C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{6}$

Výsledek: A E C, max. 3 body

Ilustrační 2014

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 6 - 7

Uvažujme všechna po sobě jdoucí **lichá** čísla od 35 do 135 (včetně obou uvedených čísel).

6) Určete jejich počet

7) Určete jejich součet.

35 + 37 + ... + 135 =

Výsledky: 51 1 bod, 4 335 1 bod

---

23 V geometrické posloupnosti $\left(a_n\right)_{n=1}^{\infty}$ platí: $\frac{a_2}{4}=\frac{1}{2}=\frac{4}{a_3}$.

Jaký je kvocient posloupnosti?

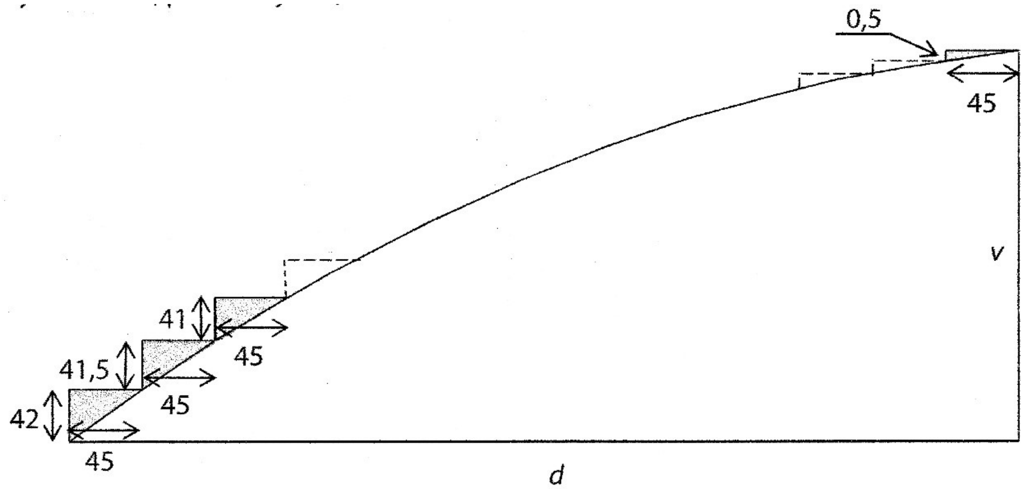
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 6

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2013

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6 - 7

V Kocourkově postavili schodiště na Kocouří vyhlídku. Všechny schody mají šířku 45 cm. Nejvyšší je první schod, každý následující schod je o 0,5 cm nižší. První schod má výšku 42 cm, poslední jen 0,5 cm.



Rozměry v obrázku jsou uvedeny v centimetrech.

6) Vypočtěte v centimetrech, jakou vodorovnou vzdálenost *d* překonává schodiště na Kocouří vyhlídku.

7) Vypočtěte v centimetrech výšku *v* celého schodiště na Kocouří vyhlídku.

Výsledky: 6 3 780 cm, 1 bod, 7 1 785 cm, 1 bod

---

23 Druhý a třetí člen **geometrické posloupnosti** je $a_2 = 12; a_3 = 18$.

Jaký je součet prvních čtyř členů této posloupnosti ($a_1 + a_2 + a_3 + a_4$)?

A) 60 B) 64 C) 65 D) 72 E) jiný součet

Výsledek: C, 2 body

Jaro 2013

10 V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 1$ a součet prvních čtyřiceti členů $s_{40} = 1600$.

Vypočtěte čtyřicátý člen a_{40} této posloupnosti.

Výsledek: $a_{40} = 79$**, 1 bod**

---

11 Čtvrtým a šestým členem aritmetické posloupnosti jsou čísla $\frac{11}{3}$ a $\frac{7}{3}$.

Vypočtěte pátý člen této posloupnosti.

Výsledek: $a_5 = 3$**, 1 bod**

---

24 V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí: $a_2 = 2$; $a_2 \cdot a_3 = 6$.

Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?

A) $a_1 = \frac{4}{3}$; B) $a_1 q = 2$; C) $a_2 q = 3$; D) $a_3 = 3$; E) $\frac{a_3}{q} = \frac{3}{4}$

Výsledek: E, 2 body

Ilustrační 2013

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Pan Novák vložil jednorázově na spořicí účet 100 000 korun. Na konci prvního, druhého i třetího roku částka na účtu vzrostla o **čistý** úrok ve výši 3 % a na konci každého z následujících let o **čistý** úrok ve výši 2 %. Úrok se počítá z částky na účtu v daném roce.

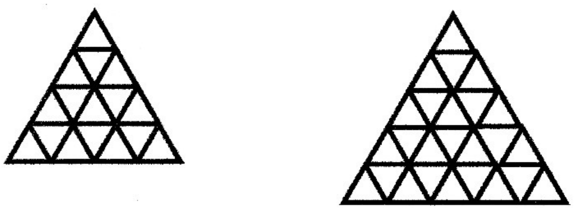
19 Kolik korun (zaokrouhleno na tisíce) přibylo panu Novákovi na účtu během prvních 6 let spoření?

A) 13 000 Kč, B) 15 000 Kč, C) 16 000 Kč, D) 30 000 Kč, E) 35 000 Kč

Výsledek: C, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Podkladem pro okenní vitráže jsou trojúhelníkové sítě vytvořené ze shodných rovnostranných trojúhelníků. Dvě zobrazené sítě mají v nejdelší dolní řadě 7 a 9 trojúhelníků a celkem obsahují 16 a 25 trojúhelníků.



20 Kolik trojúhelníků obsahuje obdobně sestavená síť s 31 trojúhelníky v nejdelší řadě?

A) méně než 225, B) 225, C) 256, D) 289, E) více než 289

Výsledek: C, 2 body
