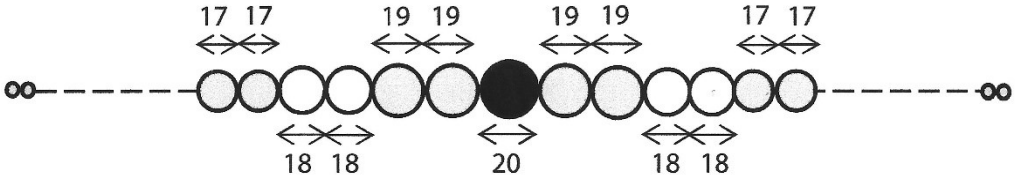
Podzim 2014

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Na rovném drátě je navlečeno celkem 61 korálků tvaru koule. Uprostřed řady je největší korálek s průměrem 20 mm. Vedle něj jsou z každé strany dva korálky s průměrem 19 mm, potom dva korálky s průměrem 18 mm, dále dva korálky s průměrem 17 mm atd. V každé následující dvojici se průměr korálků o 1 mm zmenší. Mezi korálky nejsou žádné mezery.



Rozměry uvedené v obrázku jsou v milimetrech.

23 Jak dlouhá je řada korálků?

A) kratší než 720 mm B) 730 mm C) 740 mm D) 750 mm E) delší než 750 mm

Výsledek: C, 2 body

Řešení

Hlavní je určit součet $19+18+17+...$ celkem 15 členů.

Jedná se o aritmetickou posloupnost: $a_1=19; d=-1; n=15$. Máme určit s_{15} a k tomu potřebujeme a_{15}.

$$a_{15}=a_1+14d=19+14\cdot(-1)=5$$

$$s_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$$

$$s_{15}=\frac{15}{2}(19+5)=180$$

Tento součet se v obrázku vyskytuje čtyřikrát a k tomu jedna černá kulička o průměru 20 mm:

$$d=4\cdot 180+20=740\,mm$$

Správná odpověď je C.

---

24 První tři po sobě jdoucí členy posloupnosti jsou $a_1=36;\ a_2=12;\ a_3=4$.

Který vzorec pro n-tý člen posloupnosti je možné pro tyto členy použít?

A) $a_n=36+24^{-n}$ B) $a_n=52-16n$ C) $a_n=60-24n$ D) $a_n=108\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$ E) $a_n=36\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$

Výsledek: D, 2 body

Řešení

Tento příklad je nejjednodušší řešit zkusmo, protože znáte navržené odpovědi.

Do jednotlivých možností dosadíte postupně čísla 1, 2 a 3 a výsledky musí odpovídat zadání, tj. $a_1=36;\ a_2=12;\ a_3=4$.

A) $a_n=36+24^{-n}$

$a_1=36+24^{-1}=36,04$

Už první člen nesouhlasí, tak ani dál dosazovat nemusíte.

B) $a_n=52-16n$

$a_1=52-16\cdot 1=36$

$a_2=52-16\cdot 2=20$

První člen souhlasí, ale druhý už ne, takže ani tato možnost není správná.

Atd.