

Jaro 2014**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19**

Kocourkovští potřebovali peníze na opravu cest. V prvním roce si půjčili 1 milion korun. Nic nesplatili, proto ve druhém roce dluh narostl na 1,5 milionu korun. Protože Kocourkovští peníze ani nadále nespláceli, dluh se v každém dalším roce zvýšil o 50 % dluhu z předchozího roku.

19 Ve kterém roce dluh poprvé překročil částku 15 milionů korun?

A) v 6. roce B) v 8. roce C) v 9. roce D) v 10. roce E) později než v 10. roce

Výsledek: B, 2 body

Řešení

Jedná se o geometrickou posloupnost, kde:

$$a_1 = 1000000$$

$q = 1,5$, protože hodnota roste o 50% předchozí hodnoty, tj. 1,5 – krát

Použijeme vzorec pro n-tý člen GP:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

V našem případě:

$$15000000 = 1000000 \cdot 1,5^{n-1}$$

Můžeme zkrátit

$$15000000 = 1000000 \cdot 1,5^{n-1} \quad / :1000000$$

$$15 = 1,5^n$$

Tuto exponenciální rovnici lze řešit zkusmo dosazováním nebo logaritmováním.

$$15 = 1,5^{n-1} \quad / \log$$

$$\log 15 = \log 1,5^{n-1}$$

$$\log 15 = (n-1) \cdot \log 1,5$$

$$n-1 = \frac{\log 15}{\log 1,5}$$

$$n = \frac{\log 15}{\log 1,5} + 1$$

$$n \doteq 7,68$$

Dluh poprvé překročí částku 15 000 000 Kč po více než 7 letech, tj. v 8. roce.

Správná odpověď je B.

26 Přiřad'te k prvním dvěma členům každé z uvedených posloupností (26.1–26.3) následující člen (A–E).

26.1 Aritmetická posloupnost: $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$

26.2 Aritmetická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

26.3 Geometrická posloupnost: $\frac{1}{6}; \frac{2}{3}$

A) $\frac{3}{2}$, B) $\frac{5}{2}$, C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{7}{6}$

Výsledek: A E C, max. 3 body

Řešení

26.1

$$d = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$a_3 = a_2 + d = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

Správná odpověď je A.

26.2

$$d = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_2 + d = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

Správná odpověď je E.

26.3

$$q = \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$$

$$a_3 = a_2 \cdot q = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$$

Správná odpověď je C.