Finanční matematika

Ve finanční matematice se často řeší úlohy, kdy určitá veličina roste nebo klesá o určitá procenta za časové období.

Hodnota veličiny *x* se zvětší o *p*% – jak to nejsnáze spočítat?

Příklad: zvětšete číslo 10 000 o 8%.

Počítáme vlastně 108% původního čísla (přes 1%):

$$\frac{10000}{100}\cdot 108 = 10000\cdot\frac{108}{100} = 10000\cdot 1{,}08$$

Závěr: číslo 10 000 zvětšíme o 8%, jestliže jej násobíme číslem 1,08.

Nejjednodušší způsob, jak danou hodnotu zvětšit o p%, je násobit ji vhodným číslem. V čísle, kterým násobíme, jsou procenta „ukryta“ na místě setin.

Např. když násobíme číslem 1,075, tak zvětšujeme **na** 107,5% původní hodnoty, tj, **o** 7,5% původní hodnoty.

Další příklady

původní hodnota	**změna**	**cílová hodnota**	**výpočet**
x	zvětšení o 4 %	104 % z x	$1{,}04\cdot x$
x	zvětšení o 15 %	115 % z x	$1{,}15\cdot x$
x	zvětšení o 53,2 %	153,2 % z x	$1{,}532\cdot x$
x	zvětšení o 0,25 %	100,25 % z x	$1{,}0025\cdot x$

Tento způsob výpočtu má tu výhodu, že jej můžeme použít opakovaně. Opakované násobení stejným číslem můžeme zjednodušit pomocí mocniny.

Příklad: vložíme 150 000 Kč do banky, kde nám zaručují každoroční úrok 1,5 %. Kolik peněz budeme mít na kontě po 6 letech (nebudeme ani ukládat ani vybírat)?

po 1 roce: $150\,000\cdot 1{,}015$

po 2 letech: $\left(150\,000\cdot 1{,}015\right)\cdot 1{,}015 = 150\,000\cdot 1{,}015^2$

po 3 letech: $\left(150\,000\cdot 1{,}015^2\right)\cdot 1{,}015 = 150\,000\cdot 1{,}015^3$

…..

po 6 letech: $150\,000\cdot 1{,}015^6 = 164\,016$

Po šesti letech budeme mít na kontě 164 016 Kč.

Hodnota veličiny *x* se zmenší o *p*% – jak to nejsnáze spočítat?

Například: zmenšete číslo 10 000 o 6%. Počítáme vlastně 94% původního čísla (přes 1%):

$$\frac{10000}{100}\cdot 94 = 10000\cdot\frac{94}{100} = 10000\cdot 0,94$$

Nejjednodušší způsob, jak danou hodnotu zmenšit o p%, je násobit ji vhodným číslem. V čísle, kterým násobíme, jsou procenta „ukryta“ na místě setin.

Např. když násobíme číslem 0,925, tak zmenšujeme **na** 92,5% původní hodnoty, tj. **o** 7,5% původní hodnoty.

Další příklady

původní hodnota	**změna**	**cílová hodnota**	**výpočet**
x	zmenšení o 15%	85 % z x	$0,85\cdot x$
x	zmenšení o 8 %	92 % z x	$0,92\cdot x$
x	zmenšení o 53,2 %	46,8 % z x	$0,468\cdot x$
x	zmenšení o 3,8 %	96,2 % z x	$0,962\cdot x$

Tento způsob výpočtu má tu výhodu, že jej můžeme použít opakovaně. Opakované násobení stejným číslem můžeme zjednodušit pomocí mocniny.

Příklad: Kostohryzy mají 8 500 obyvatel a každým rokem ubývá 2,4% obyvatel. Kolik obyvatel budou mít Kostohryzy za 5 let při stejném úbytku?

po 1 roce: $8\,500\cdot 0,976$

po 2 letech: $(8\,500\cdot 0,976)\cdot 0,976 = 8\,500\cdot 0,976^2$

po 3 letech: $(8\,500\cdot 0,976^2)\cdot 0,976 = 8\,500\cdot 0,976^3$

…..

po 5 letech: $8\,500\cdot 0,976^5 = 7\,528$

Po pěti letech budou mít Kostohryzy 7 528 obyvatel.

Souvislost s geometrickou posloupností

Pravidelný růst

Pravidelný růst – veličina vzroste za každé období o p% z **předcházející** hodnoty.
Jedná se o geometrickou posloupnost, q je kvocient geometrické posloupnosti, v tomto případě jsou v něm „zakuklena“ procenta, např.:

růst o	q
4 %	1,04
6,5 %	1,065
28 %	1,28
0,12 %	1,0012

Pravidelný pokles

Pravidelný pokles – veličina se zmenší za každé období o p% z předcházející hodnoty.

Jedná se o geometrickou posloupnost, q je kvocient geometrické posloupnosti, v tomto případě jsou v něm „zakuklena“ procenta, např.:

pokles o	q
4 %	0,96
6,5 %	0,935
28 %	0,72
0,12 %	0,9988

Pravidelný růst i pokles lze popsat rovnicí:

$a_n = a_0 \cdot q^n$

a_0 počáteční hodnota

a_n hodnota po n obdobích