Algebraické výrazy

Podzim 2020

2 Pro $y \in (0; \infty)$ zjednodušte:

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16}\cdot\left(\frac{2}{y^7}\right)^4} =$$

Řešení

$$\sqrt{\frac{y^{64}}{16}\cdot\left(\frac{2}{y^7}\right)^4} = \sqrt{\frac{y^{64}}{16}\cdot\frac{16}{y^{28}}} = \sqrt{y^{64-28}} = \sqrt{y^{36}} = y^{\frac{36}{2}} = y^{18}$$

Výsledek: y^{18}, 1 bod

---

3 Určete všechny hodnoty $c \in R$, pro které má smysl výraz:

$$\frac{\sqrt{1-c}}{\sqrt{5-c}}$$

Řešení

Musí platit tyto podmínky:

$1-c \geq 0$ - výraz „pod“ odmocninou musí být větší nebo roven nule

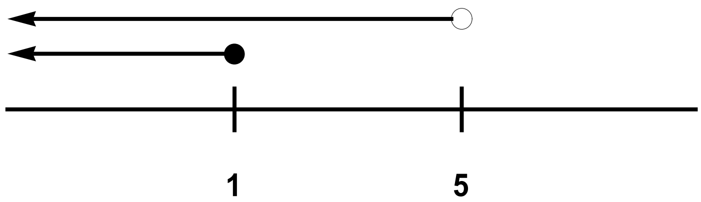
$5-c > 0$ - výraz „pod“ odmocninou musí být ≥ 0, ale navíc je ve jmenovateli, tak se rovnat nule nemůže

Řešíme tedy soustavu nerovnic:

$1-c \geq 0$ a zároveň $5-c > 0$

$-c \geq -1 \ / \cdot (-1)$ a zároveň $-c > -5 \ / \cdot (-1)$

$c \leq 1$ a zároveň $c < 5$



$c \in (-\infty; 1\rangle$

Výsledek: $c \in (-\infty; 1\rangle$, 1 bod

---

5 Pro $a \in R \setminus \{-1; 0\}$ zjednodušte

(výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{a+1}{\frac{a+1}{a}-1} : \frac{a}{a+1} - 1 =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení

$$\frac{a+1}{\frac{a+1}{a}-1} : \frac{a}{a+1} - 1 = \frac{a+1}{\frac{a+1-a}{a}}\cdot\frac{a+1}{a} - 1 = \frac{\frac{a+1}{1}}{\frac{1}{a}}\cdot\frac{a+1}{a} - 1 = \frac{a+1}{1}\cdot\frac{a}{1}\cdot\frac{a+1}{a} - 1 = (a+1)\cdot(a+1) - 1 =$$

$$= a^2 + a + a + 1 - 1 = a^2 + 2a$$

Výsledek: $a^2 + 2a$, max. 2 body

Jaro 2020

2 Pro $n \in N$ upravte do tvaru trojčlenu:

$\left(n \cdot \sqrt{2}+2\right)^2 - n \cdot \sqrt{18} =$

Řešení

Na kalkulačce zjistíte, že $\sqrt{18} = 3 \cdot \sqrt{2}$.

$\left(n \cdot \sqrt{2}+2\right)^2 - n \cdot \sqrt{18} = \left(n \cdot \sqrt{2}\right)^2 + 2 \cdot n \cdot \sqrt{2} \cdot 2 + 4 - n \cdot \sqrt{18} = n^2 \cdot 2 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot n + 4 - n \cdot 3 \cdot \sqrt{2} =$

$= 2n^2 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot n - 3 \cdot \sqrt{2} \cdot n + 4 = 2n^2 + \sqrt{2} \cdot n + 4$

Výsledek: $2n^2 + \sqrt{2} \cdot n + 4$, 1 bod

---

3 Pro všechny kladné hodnoty veličin *a*, *b*, *c* platí:

$a : c = 3 : 10$

$b = 3a + c$

Vyjádřete co nejjednodušším způsobem veličinu *b* pouze v závislosti na veličině *c*.

Řešení

Dělení zapsané pomocí : je vždy lepší zapsat pomocí zlomku. Z první rovnice vypočítáme a a dosadíme ho do druhé rovnice.

$\frac{a}{c} = \frac{3}{10} \; / \cdot c$

$a = \frac{3c}{10}$

$b = 3 \cdot \frac{3c}{10} + c = \frac{9c}{10} + \frac{10c}{10} = \frac{19c}{10}$

Výsledek: $b = \frac{19}{10}c$, 1 bod

---

4 Pro $a \in R \setminus \{-1,5;1,5\}$ zjednodušte:

$\left(\frac{3a}{2a+3} - \frac{2a^2-3a}{4a^2-9}\right) : \frac{1}{2a+3} =$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení

$\left(\frac{3a}{2a+3} - \frac{2a^2-3a}{4a^2-9}\right) : \frac{1}{2a+3} = \left(\frac{3a}{2a+3} - \frac{2a^2-3a}{(2a+3)(2a-3)}\right) \cdot \frac{2a+3}{1} = \frac{3a \cdot (2a-3) - 1 \cdot (2a^2-3a)}{(2a+3)(2a-3)} \cdot \frac{2a+3}{1} =$

$\frac{6a^2-9a-2a^2+3a}{2a-3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{4a^2-6a}{2a-3} = \frac{2a(2a-3)}{2a-3} = 2a$

Výsledek: $2a$, max. 2 body

24

$\frac{y}{x^3+2x} = \frac{1}{x^2+2}$

Uvedená rovnost výrazů platí

A) pro všechna reálná čísla x a y.

B) pro libovolné reálné číslo y a každé nenulové reálné číslo x.

C) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné reálné číslo.

D) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné nenulové reálné číslo.

E) pro všechna reálná čísla x a y, kde $x \neq 0$ a současně $x \neq y$.

Řešení

Rovnost nejprve upravíme:

$$\frac{y}{x^3+2x}=\frac{1}{x^2+2}$$

$$\frac{y}{x\cdot\left(x^2+2\right)}=\frac{1}{x^2+2}\ /\cdot\left(x^2+2\right)$$

$$\frac{y\cdot\left(x^2+2\right)}{x\cdot\left(x^2+2\right)}=1$$

$$\frac{y}{x}=1\ /\cdot x$$

$$y=x$$

Musíme si navíc uvědomit podmínku výrazu $x \neq 0$. Proto správná odpověď je D.
Výsledek: D, 2 body
