

## Algebraické výrazy

Podzim 2019

2 Vypočtete, kterým číslem musíme vydělit  $5^{250}$ , abychom dostali  $25^5$ .

Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

**Řešení**

$$\frac{5^{250}}{x} = 25^5 / \cdot x$$

$$5^{250} = (5^2)^5 \cdot x$$

$$5^{250} = 5^{10} \cdot x /: 5^{10}$$

$$\frac{5^{250}}{5^{10}} = x$$

$$x = 5^{240}$$

Výsledek:  $5^{240}$ , 1 bod

---

4 Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  upravte na co nejjednodušší tvar (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{a+6}{a-2} + 1 \cdot \frac{a-2}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

**Řešení**

$$\frac{a+6}{a-2} + 1 \cdot \frac{a+6+1 \cdot (a-2)}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) = \frac{a+6+a-2}{2} \cdot (a-2)^2 = \frac{a-2}{2} \cdot (a-2)^2 = \frac{2a+4}{a-2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (a-2)^2 =$$

$$= \frac{2(a+2)}{a-2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(a-2) \cdot (a-2)}{1} = (a+2) \cdot (a-2) = a^2 - 4$$

Výsledek:  $a^2 - 4$  a postup řešení, max. 2 body

---

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Dva mniši opisovali rukopisy. Každý z nich pracoval stále stejným tempem. Mladší Dominik opsál za každý týden  $n$  stránek rukopisu ( $n \in \mathbb{N}$ ). Starší Alfons byl pomalejší a každý týden opsál o třetinu méně stránek než Dominik.

6

6.1 Určete v závislosti na  $n$ , kolik stránek celkem opsali oba mniši za 3 týdny.

6.2 Určete, za kolik týdnů opsali oba mniši celkem  $100n$  stránek rukopisu.

**Řešení**

Dominik  $n$  za týden

Alfons  $\frac{2}{3} \cdot n$  za týden

$$6.1 \text{ za 3 týdny opsali dohromady } 3 \cdot \left( n + \frac{2n}{3} \right) = 3n + 2n = 5n$$

$$6.2 \text{ za týden opsali dohromady } n + \frac{2n}{3} = \frac{5n}{3}$$

Za  $x$  týdnů opsali  $100n$  stránek:

$$x \cdot \frac{5n}{3} = 100n /: 3$$

$$x \cdot 5n = 3 \cdot 100n$$

$$x = 60$$

Výsledek: 6.1  $5n$  stránek, 1 bod, 6.2 za 60 týdnů, 1 bod

---

18 Pro  $x, y \in R$  platí:  $x > 0, y = -5$ .

Který z následujících výrazů může být za výše uvedených podmínek pro některé hodnoty  $x$  kladný?

A)  $\frac{1}{x} + y$     B)  $y - x^2$     C)  $y - x$     D)  $xy$     E)  $\frac{x^2}{y}$

**Řešení**

Podobné příklady, kde jsou navrženy odpovědi, je možné řešit i zkusmo. Za  $y$  dosadíme  $-5$  a zkusíme za  $x$  dosazovat různá čísla a sledujeme, jestli výsledek může být kladný.

A)  $\frac{1}{x} + y \rightarrow \frac{1}{x} - 5$  pokud za  $x$  dosadíme např. 0,1 bude výsledek kladný  $\frac{1}{0,1} - 5 = 5$

Výsledek: A, 2 body

---

**Jaro 2019**

2 Vypočítejte 50% z čísla  $2^{1000}$ . Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

**Řešení**

50% z čísla je jedna polovina čísla:  $\frac{2^{1000}}{2} = \frac{2^{1000}}{2^1} = 2^{1000-1} = 2^{999}$

Výsledek:  $2^{999}$ , 1 bod

---

**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3**

Vlak má tři vagony, všechny se stejným počtem míst. V každém vagonu je o 20 míst k stání více než k sezení. Při odjezdu z Roztok byl vlak zaplněn přesně do poloviny své kapacity. V prvním a posledním vagonu byla všechna místa k sezení obsazena, ale ve druhém vagonu zůstalo 25 % míst k sezení volných.

(Kapacita vlaku je součet počtu všech míst k stání a sezení. Každý cestující obsadil buď jedno místo k stání, nebo jedno místo k sezení.)

3 Počet míst k sezení v jednom vagonu označme  $n$ .

Vyjádřete v závislosti na veličině  $n$  počet všech cestujících, kteří při odjezdu z Roztok

3.1 byli ve vlaku;

3.2 ve vlaku stáli.

**Řešení**

míst k sezení v jednom vagonu  $n$

míst ke stání v jednom vagonu  $n + 20$

3.1

celkem míst ve vlaku:  $3 \cdot (n + n + 20) = 6n + 60$

vlak byl zaplněn do poloviny  $\frac{6n + 60}{2} = 3n + 30$

3.2

seděli:  $n + n + 0,75n = 2,75n$

stáli = celkem – seděli:  $3n + 30 - 2,75n = 0,25n + 30$

Výsledek: 3.1  $3n + 30$ , 1 bod, 3.2  $0,25n + 30$ , 1 bod

---

4 Pro  $a \in R \setminus \{-3; 0; 3\}$  zjednodušte:

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} =$$

**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**

**Řešení**

$$\frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2}{3} - 3} = \frac{\frac{a+3}{a}}{\frac{a^2-9}{3}} = \frac{a+3}{a} \cdot \frac{(a+3)(a-3)}{3} = \frac{a+3}{a} \cdot \frac{3}{(a+3)(a-3)} = \frac{3}{a(a-3)} = \frac{3}{a^2-3a}$$

Výsledek:  $\frac{3}{a^2-3a}$  a postup řešení, max. 2 body

24 Je dán výraz  $\frac{12(a-2)^2}{12-6a}$  s reálnou proměnnou  $a$ .

**Které tvrzení je pravdivé?**

A) Pro  $a = 101^8$  je výraz kladný. B) Pro  $a = 2$  je hodnota výrazu 0. C) Hodnota výrazu nemůže být nikdy nulová. D) Pro všechna  $a \neq \frac{1}{6}$  je výraz roven  $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$ . E) Pro některá  $a$  je výraz roven  $2(a-2)$ .

**Řešení**

A) Pro  $a = 101^8$  je výraz kladný. Není pravda, protože čítecitel je kladný a jmenovatel je záporný.

B) Pro  $a = 2$  je hodnota výrazu 0. Není pravda, protože pro  $a = 2$  je jmenovatel roven nule a zlomek nemá smysl.

C) Hodnota výrazu nemůže být nikdy nulová. Je pravda, protože zlomek je roven nule, jestliže čítecitel je roven nule a ten je roven nule pro  $a = 2$  a pro tuto hodnotu zlomek nemá smysl.

D) Pro všechna  $a \neq \frac{1}{6}$  je výraz roven  $\frac{(a-2)^2}{1-6a}$ . Není pravda, protože:

$$\frac{12(a-2)^2}{12-6a} = \frac{12(2-a)^2}{6(2-a)} = 2(2-a), a \neq 2$$

E) Pro některá  $a$  je výraz roven  $2(a-2)$ . Není pravda – viz D)

Výsledek: C, 2 body

---