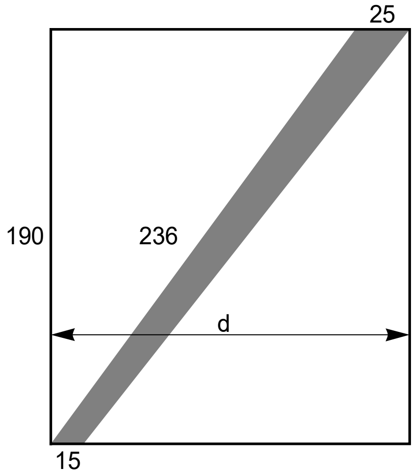
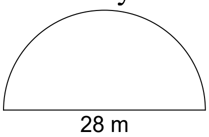
# Rovinné obrazce – řešené příklady

**1)** Pozemek tvaru obdélníku je dočasně přerušen stavebním záborem (šedá plocha). Rovnoběžné hranice záboru na obvodu pozemku jsou dlouhé 15 m a 25 m. Jedna šikmá strana záboru, která je oplocena, má délku 236 m. Nyní se pokračuje v oplocování 190 m dlouhé strany pozemku.

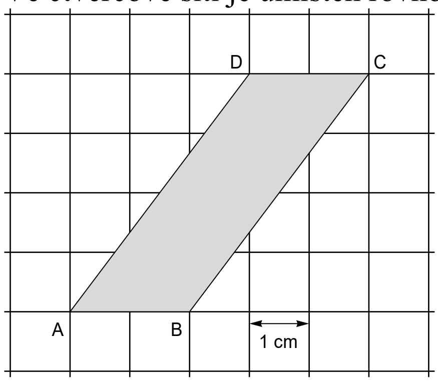



Vypočtěte obsah plochy stavebního záboru
S přesností na celé metry vypočtěte šířku pozemku (d).

**2)** Pozemek tvaru půlkruhu je třeba oplotit. Na rovnou část plotu se použije 28 metrů pletiva. Kolik celých metrů pletiva bude nejméně potřeba na zbytek plotu po oblouku?

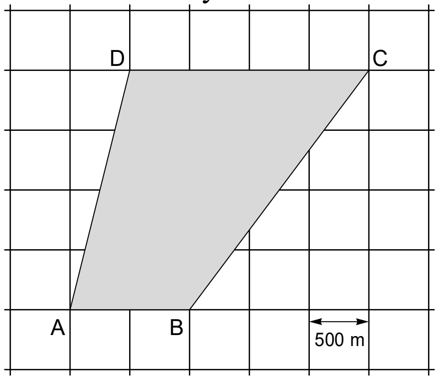



**3)** Vypočítejte obsah a obvod čtverce, jehož úhlopříčka má délku 10 cm.
**4)** Vypočítejte poloměr kruhové dráhy, kterou musí běžec proběhnout třikrát, aby uběhl 2 km.
**5)** Vypočítejte obsah kruhu, je-li jeho obvod 400 cm.
**6)** Vypočítejte obvod kruhu, je-li jeho obsah 400 cm$^2$.
**7)** Dva obdélníky mají sobě rovné obsahy 42 cm$^2$. Jeden z nich má délku 12 cm, druhý 10,5 cm. O kolik centimetrů se liší jejich obvody?
**8)** V pravoúhlém lichoběžníku mají základny délky 9 cm a 5 cm. Délka kratšího ramene je 3 cm. Vypočtěte jeho obsah a obvod.
**9)** Ve čtvercové síti je umístěn rovnoběžník *ABCD*.

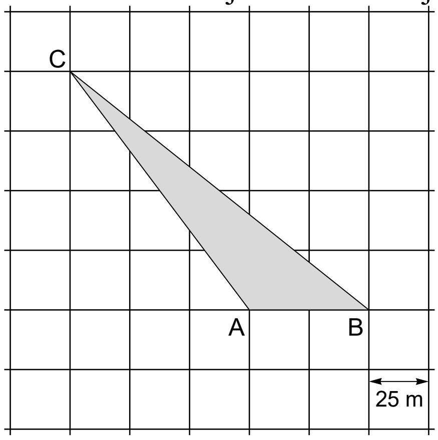



Vypočtěte obsah rovnoběžníku *ABCD* a výsledek uveďte v cm$^2$.

**10)** Určete obsah čtyřúhelníku ABCD v $m^2$ a v hektarech.

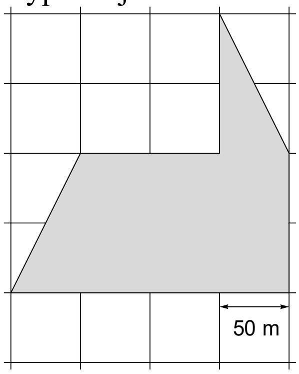



**11)** Ve čtvercové síti je zakreslen trojúhelník ABC.




Určete obsah $\Delta ABC$

**12)** Vypočítejte obsah obrazce znázorněného ve čtvercové síti.




**13)** Kosočtverec má délky úhlopříček 4,2 cm a 3,4 cm. Vypočítejte délku strany kosočtverce a jeho výšku.

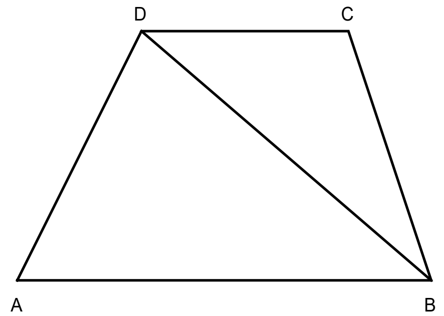
**14)** Vypočtěte obsah rovnoběžníku, jsou-li úhlopříčky $u_1$ = 18 cm, $u_2$ = 12 cm a úhel jimi sevřený 35°.

**15)** Vypočtěte obsah pravidelného osmiúhelníku, je-li poloměr kružnice vepsané 18,6 m.

**16)** Vypočtěte obsah pravidelného dvanáctiúhelníku, je-li poloměr kružnice opsané 12,3 m.

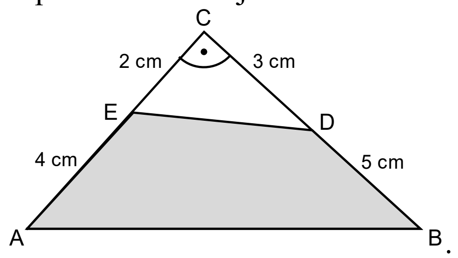
**17)** Vypočtěte obsah pravidelného desetiúhelníku, je-li délka jeho strany 11,6 cm.

**18)** V lichoběžníku *ABCD* o obsahu 32 $cm^2$ je výška $v$ = 4 cm a délka jedné základy 6 cm. Lichoběžník je úhlopříčkou *BD* rozdělen na dva trojúhelníky *ABD* a *BCD*.



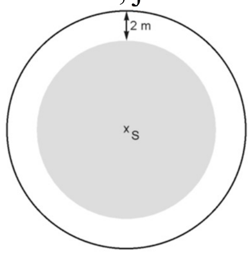

O kolik cm$^2$ se liší obsahy trojúhelníků *ABD* a *BCD*?

**19)** Z pravoúhlého trojúhelníku ABC byl odstřižen bílý trojúhelník CED.



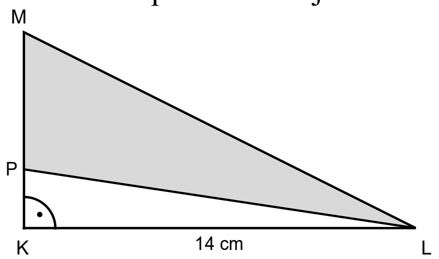

Jaký je obsah tmavého čtyřúhelníku *ABDE* ?

**20)** Kolem kruhové travnaté plochy je 2 m široký chodník. Vnější okraj chodníku tvoří obrubník, jehož délka je 157 m.



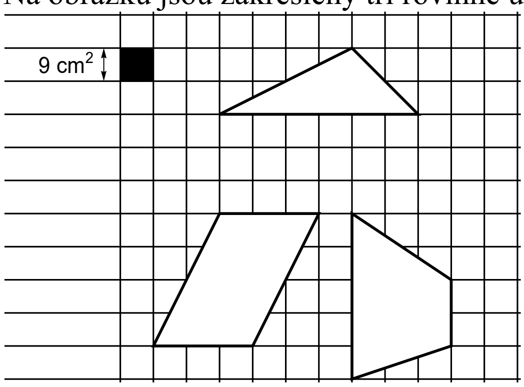

Vypočtěte obsah kruhové travnaté plochy.

**21)** Délka odvěsny KL pravoúhlého trojúhelníku KLM je 14 cm. Na druhé odvěsně leží bod P. Obsah tupoúhlého trojúhelníku PLM je 56 cm$^2$.



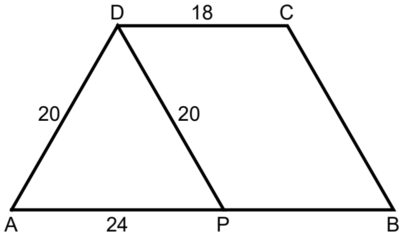

Vypočtěte v cm délku strany *PM* tupoúhlého trojúhelníku *PLM*.

**22)** Na obrázku jsou zakresleny tři rovinné útvary s vrcholy v mřížových bodech.



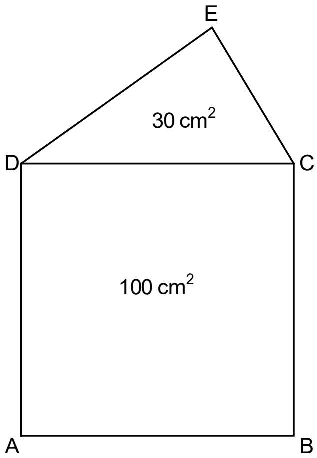

Jaký je součet obsahů všech tří rovinných útvarů?

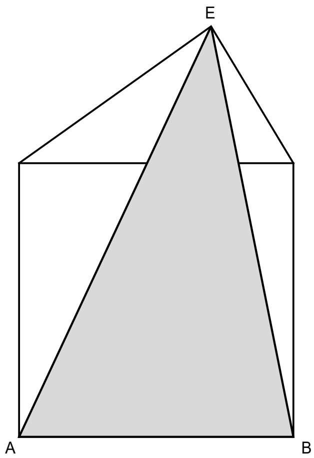
**23)** Lichoběžník ABCD je sestaven z rovnoramenného trojúhelníku *APD* a rovnoběžníku *PBCD*.




Rozměry v obrázku jsou uvedeny v cm.
Vypočtěte obsah lichoběžníku *ABCD.*

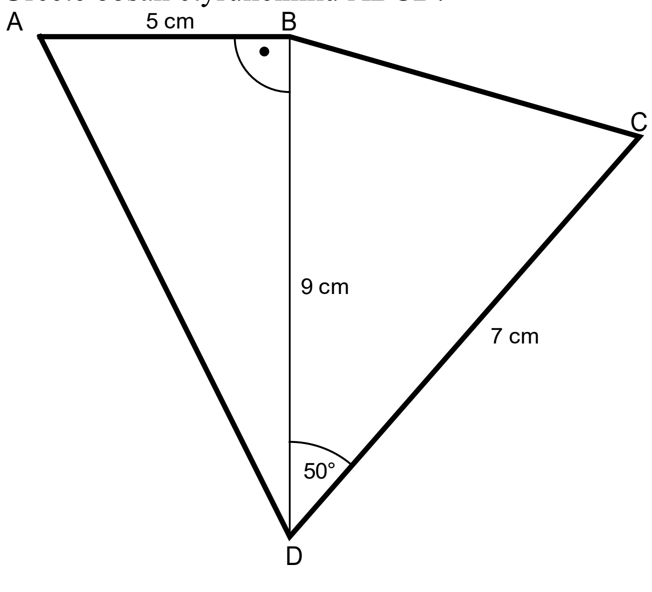
**24)** Pětiúhelník *ABCDE* je složen ze čtverce *ABCD* o obsahu 100 cm$^2$ a trojúhelníku *CED* o obsahu 30 cm$^2$.



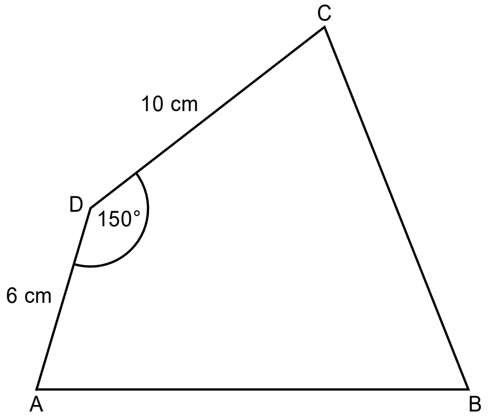

Jaký je obsah trojúhelníku *ABE*?

**25)**
Určete obsah čtyřúhelníku ABCD.



**26)**

Obsah čtyřúhelníku ABCD je 70 $cm^2$, určete obsah trojúhelníku ABC.



## Řešení

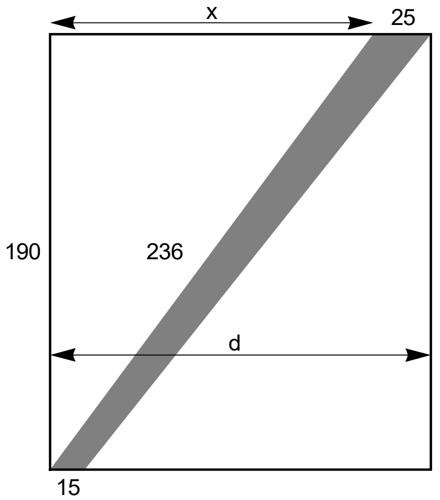
**1)**

Obsah plochy stavebního záboru

Stavební zábor je lichoběžník, strany o velikostech 15 m a 25 m jsou rovnoběžné – jsou to tedy základny lichoběžníku, výška je 190 m.

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot v = \frac{15+25}{2} \cdot 190 = 3800\, m^2$$

Šířka pozemku




Nejprve spočítáme $x$ pomocí Pythagorovy věty:

$$236^2 = x^2 + 190^2$$

$$x^2 = 19596$$

$$x \doteq 140$$

$$d = 140 + 25 = 165\, m$$

**Obsah plochy stavebního záboru je 3 800 $m^2$.**
**Šířka pozemku je 165 *m*.**

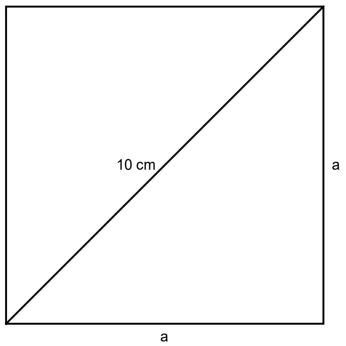
**2)**

$$r = 14\, m$$

Zbytek plotu je polovina obvodu kruhu, tj.: $\frac{2\pi r}{2} = 3,14 \cdot 14 = 43,96\, m$

**Bude potřeba nejméně 44 *m* pletiva.**

**3)**




Nejprve určíme pomocí Pythagorovy věty délku strany čtverce:

$a^2 + a^2 = 10^2$

$2a^2 = 100$

$a^2 = 50$

$a = \sqrt{50}$

$S = a^2 = \sqrt{50}^2 = 50\,cm^2$

$o = 4a = 4 \cdot \sqrt{50} \doteq 28,3\,cm$

**Obsah čtverce je 50 cm$^2$, obvod čtverce je 28,3 cm.**

**4)**

Obvod dráhy musí být $\dfrac{2000\,m}{3} \doteq 666,7\,m$

Poloměr vypočítáme ze vzorce pro obvod kruhu:

$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$

$r = \dfrac{o}{2\pi} = \dfrac{666,7}{2 \cdot 3,14} \doteq 106,2\,m$

**Poloměr kruhové dráhy je 106,2 *m*.**

**5)**

Z obvodu vypočítáme poloměr:

$o = 2\pi r \quad / : 2\pi$

$r = \dfrac{o}{2\pi} = \dfrac{400}{2 \cdot 3,14} = 63,69\,cm$

$S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 63,69^2 = 12\,737\,cm^2$

**Obsah kruhu je 12 737 cm$^2$.**

**6)**
Z obsahu vypočítáme poloměr:

$S = \pi r^2 \quad / : \pi$

$r^2 = \frac{S}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{400}{3,14}} = 11,29\,cm$

$o = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 11,29 = 70,9\,cm$

**Obvod kruhu je 70,9 *cm*.**

**7)**
Výpočet šířky obdélníku:

$S = a \cdot b \;\; / : a$

$b = \frac{S}{a}$

První obdélník má šířku:

$b = \frac{42}{12} = 3,5\,cm$

Jeho obvod je $o = 2 \cdot (a+b) = 2 \cdot (12 + 3,5) = 31\,cm$

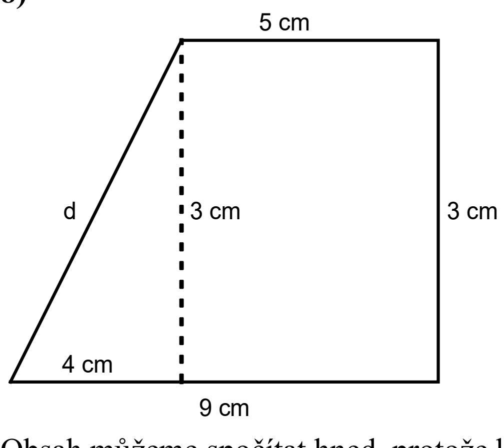
Druhý obdélník má šířku:

$b = \frac{42}{10,5} = 4\,cm$

Jeho obvod je $o = 2 \cdot (a+b) = 2 \cdot (10,5 + 4) = 29\,cm$

**Obvody obdélníků se liší o 2 *cm*.**

**8)**




Obsah můžeme spočítat hned, protože kratší rameno je současně výškou lichoběžníku:

$S = \frac{a+c}{2} \cdot v = \frac{9+5}{2} \cdot 3 = 21\,cm^2$

Pro výpočet obvodu potřebujeme dopočítat stranu *d*, pomocí Pythagorovy věty:

$d^2 = 3^2 + 4^2$

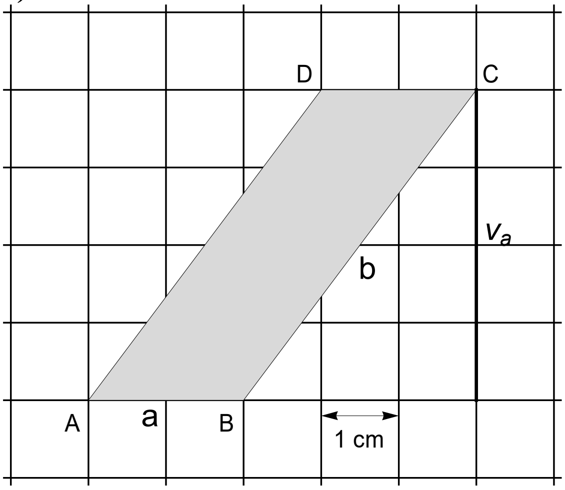
$d^2 = 25$

$d = 5\,cm$

$o = a + b + c + d = 9 + 3 + 5 + 5 = 22\,cm$

**Obsah lichoběžníku je 21 *cm*²**, **obvod je 22 *cm*.**

**9)**

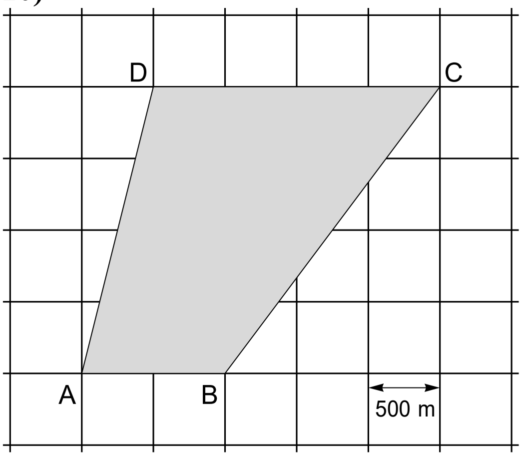



Z obrázku zjistíme: $a = 2\,cm$; $v_a = 4\,cm$

$S = a \cdot v_a = 2 \cdot 4 = 8\,cm^2$

**Obsah rovnoběžníku *ABCD* je 8 *cm*².**

**10)**




Čtyřúhelník ABCD je lichoběžník:

$a = 2 \cdot 500 = 1000\,m$

$c = 4 \cdot 500 = 2000\,m$

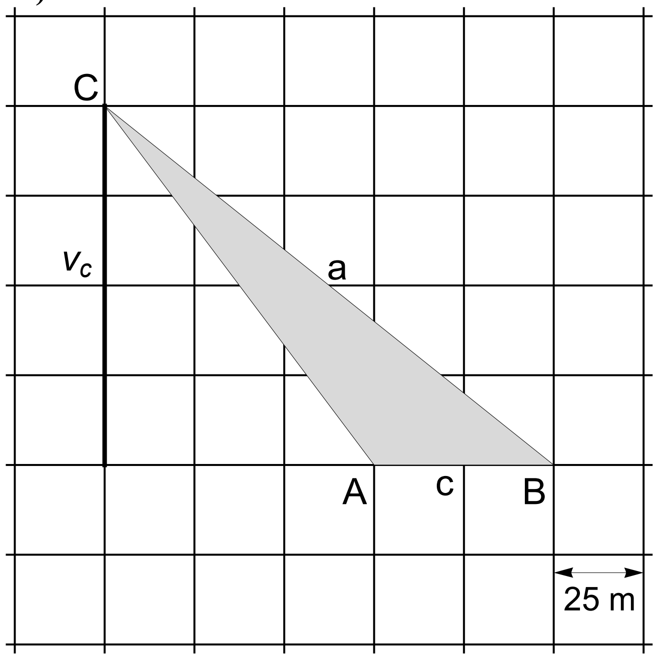
$v = 4 \cdot 500 = 2000\,m$

$$S = \frac{a + c}{2} \cdot v = \frac{1000 + 2000}{2} \cdot 2000$$

$S = 3\,000\,000\,m^2 = 300\,ha$

**Obsah obrazce je 3 000 000 *m*² nebo-li 300 *ha*.**

**11)**

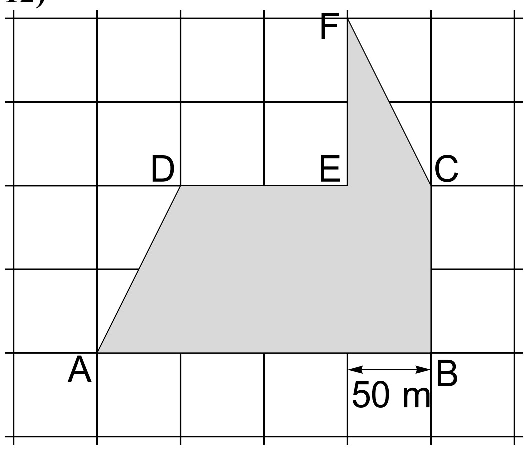



$c = 2 \cdot 25 = 50\,m;\ v_c = 4 \cdot 25 = 100\,m$

$$S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{50 \cdot 100}{2} = 2\,500\,m^2$$

**Obsah $\triangle ABC$ je 2 500 $m^2$.**

**12)**




Obrazec se skládá z lichoběžníku ABCD a z trojúhelníku CEF.

Obsah lichoběžníku:

$$S_1 = \frac{a + c}{2} \cdot v = \frac{200 + 150}{2} \cdot 100 = 17\,500\,m^2$$

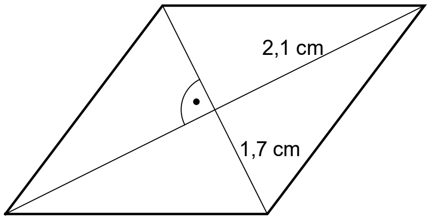
Obsah trojúhelníku:

$$S_2 = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{50 \cdot 100}{2} = 2\,500\,m^2$$

$$S = 17\,500\,m^2 + 2\,500\,m^2 = 20\,000\,m^2$$

**Obsah obrazce je 20 000 $m^2$.**

**13)**




$a = \sqrt{2,1^2 + 1,7^2} = 2,7\ cm$

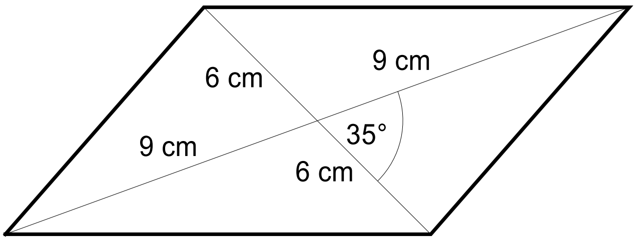
Výšku spočítáme přes obsah, obsah je roven součtu obsahů 4 pravoúhlých trojúhelníků:

$S = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 4 \cdot \frac{2,1 \cdot 1,7}{2} = 7,14\ cm^2$

$S = a \cdot v \quad \Rightarrow v = \frac{S}{a} = \frac{7,14}{2,7} = 2,6\ cm$

**Délka strany je 2,7 *cm* a výška měří 2,6 *cm*.**

**14)**




Rovnoběžník se skládá ze dvou dvojic shodných trojúhelníků, u kterých známe dvě strany a úhel jimi sevřený, použijeme proto vzorec $S = \frac{1}{2} ab \sin \lambda$

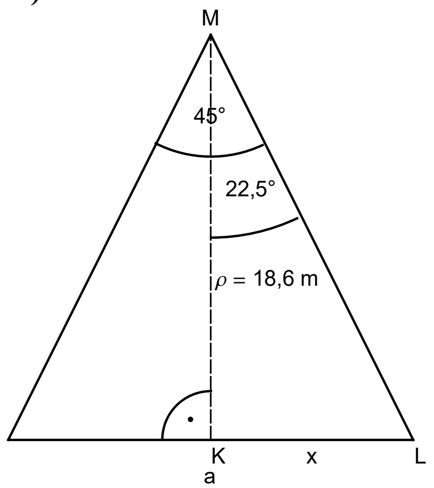
$S_1 = S_3 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 \cdot \sin 35° = 15,49\ cm^2$

$S_2 = S_4 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 \cdot \sin 145° = 15,49\ cm^2$

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 61,96\ cm^2$

**Obsah rovnoběžníku je 61,96 *cm*$^2$.**

**15)**




Pravidelný osmiúhelník se skládá z osmi shodných rovnoramenných trojúhelníků, úhel u vrcholu je roven $\frac{360°}{8} = 45°$. Nejprve vypočítáme stranu *x* v pravoúhlém trojúhelníku *KLM*.

$$tg\ 22{,}5° = \frac{x}{18{,}6} \Rightarrow x = 7{,}7\ m$$

$$a = 2 \cdot x = 15{,}4\ m$$

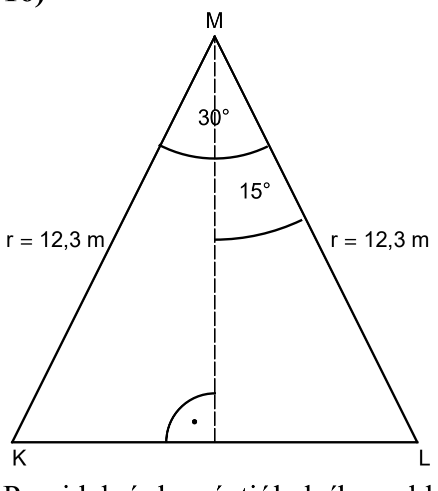
Obsah jednoho rovnoramenného trojúhelníku je: $S_1 = \frac{a \cdot \rho}{2} = \frac{15{,}4 \cdot 18{,}6}{2} = 143{,}2\ m^2$

Obsah celého osmiúhelníku:

$$S = 8 \cdot S_1 = 8 \cdot 143{,}2 = 1145{,}6\ m^2$$

**Obsah osmiúhelníku je 1 145,6 *cm²*.**

**16)**




Pravidelný dvanáctiúhelník se skládá z dvanácti shodných rovnoramenných trojúhelníků, úhel u vrcholu je roven $\frac{360°}{12} = 30°$.

V rovnoramenném trojúhelníku *KLM* známe dvě strany a úhel jimi sevřený, můžeme proto použít vzorec $S = \frac{1}{2} ab \sin \lambda$

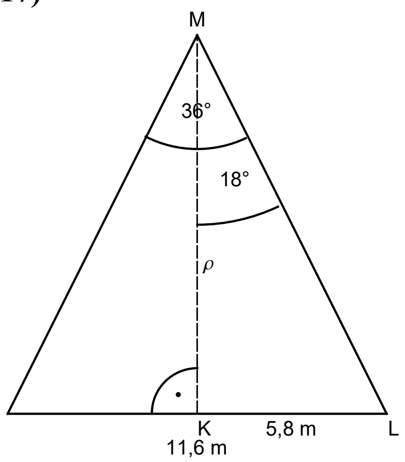
Obsah jednoho rovnoramenného trojúhelníku je $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 12,3 \cdot 12,3 \cdot \sin 30° = 37,8\ m^2$

Obsah celého dvanáctiúhelníku:

$S = 12 \cdot S_1 = 12 \cdot 37,8 = 453,6\ m^2$

**Obsah dvanáctiúhelníku je 453,6 $m^2$.**

**17)**




Pravidelný desetiúhelník se skládá z deseti shodných rovnoramenných trojúhelníků, úhel u vrcholu je roven $\frac{360°}{10} = 36°$.

Nejprve vypočítáme ρ v pravoúhlém trojúhelníku *KLM*.

$$tg\ 18° = \frac{5,8}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{5,8}{tg\ 18°} = 17,9\ m$$

Obsah jednoho rovnoramenného trojúhelníku je: $S_1 = \frac{a \cdot \rho}{2} = \frac{11,6 \cdot 17,9}{2} = 103,8\ m^2$

Obsah celého desetiúhelníku:

$S = 10 \cdot S_1 = 10 \cdot 103,8 = 1038\, m^2$

**Obsah desetiúhelníku je 1 038 $m^2$.**

**18)**

Nejprve určíme druhou základnu lichoběžníku:

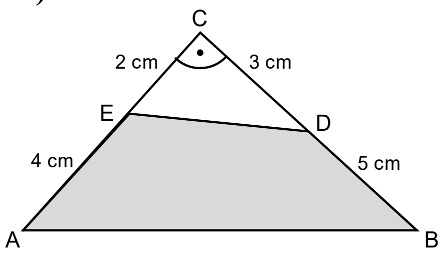
$$S = \frac{a+c}{2} \cdot v \qquad 32 = \frac{6+c}{2} \cdot 4 \qquad c = 10\ cm$$

Obsah trojúhelníku ABD: $S_1 = \frac{z \cdot v}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20\ cm^2$

Obsah trojúhelníku BCD: $S_2 = \frac{z \cdot v}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12\ cm^2$

**Obsahy trojúhelníků se liší o 8 $cm^2$.**

**19)**



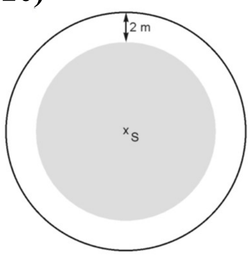

Obsah pravoúhlého trojúhelníku *ABC*: $S_1 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24\ cm^2$

Obsah pravoúhlého trojúhelníku *EDC*: $S_2 = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3\ cm^2$

Obsah tmavého čtyřúhelníku: $S = S_1 - S_2 = 24 - 3 = 21\ cm^2$

**Obsah tmavého čtyřúhelníku je 21 $cm^2$.**

**20)**



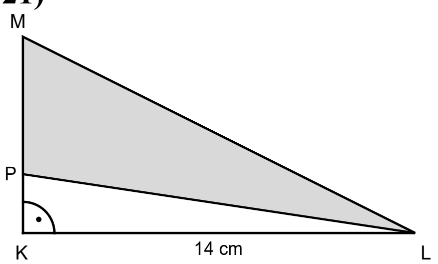

Poloměr vnějšího kruhu: $o = 2\pi r \quad \Rightarrow r = \frac{o}{2\pi} = \frac{157}{2 \cdot 3{,}14} = 25\ m$

Poloměr kruhové travnaté plochy: $r = 25 - 2 = 23\, m$

Obsah travnaté plochy: $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 23^2 = 1661\ m^2$

**Obsah travnaté plochy je 1 661 $m^2$.**

**21)**



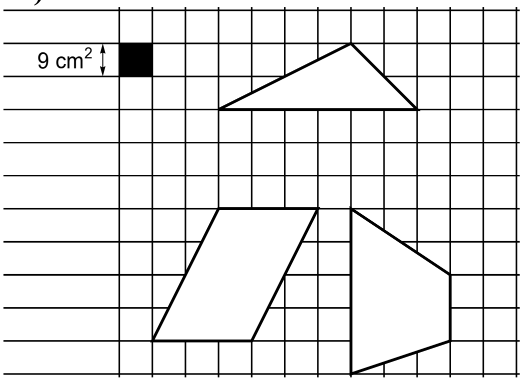

Obsah trojúhelníku PLM lze vypočítat podle vzorce $S = \frac{z \cdot v}{2}$.

Obsah známe, výška je $|KL| = 14\ cm$, počítáme základnu $z = |PM|$

$z = \frac{2S}{v} = \frac{2 \cdot 56}{14} = 8\ cm$

**Délka strany *PM* je 8 *cm*.**

**22)**




Strana každého čtverce ve čtvercové síti má velikost 3 cm.

Obsah trojúhelníku: $z = 6 \cdot 3 = 18\ cm$, $v = 2 \cdot 3 = 6\ cm$, $S = \dfrac{z \cdot v}{2} = \dfrac{18 \cdot 6}{2} = 54\ cm^2$

Obsah rovnoběžníku: $a = 3 \cdot 3 = 9\ cm,\ v = 4 \cdot 3 = 12\ cm,\ S = a \cdot v = 9 \cdot 12 = 108\ cm^2$

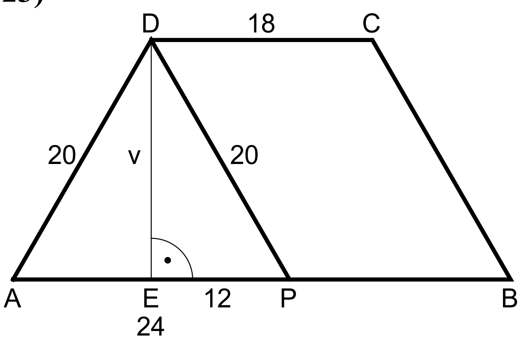
Obsah lichoběžníku:

$a = 5 \cdot 3 = 15\ cm, c = 2 \cdot 3 = 6\ cm,\ v = 3 \cdot 3 = 9\ cm,\ S = \dfrac{a+c}{2} \cdot v = \dfrac{15+6}{2} \cdot 9 = 94{,}5\ cm^2$

Součet obsahů: $54 + 108 + 94{,}5 = 256{,}5\ cm^2$

**Součet obsahů všech tří rovinných útvarů je 256,5 *cm²*.**

**23)**




Z pravoúhlého trojúhelníku *EPD* určíme výšku lichoběžníku v: $v = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16\ cm$

Základny lichoběžníku *ABCD* jsou

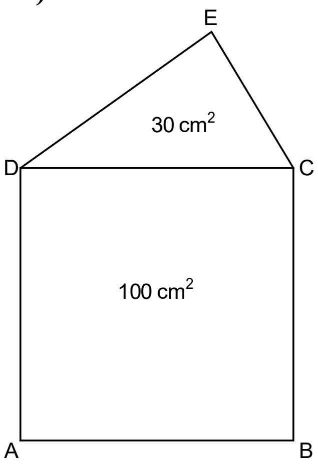
$a = 24 + 18 = 42\ cm,\quad c = 18\ cm$

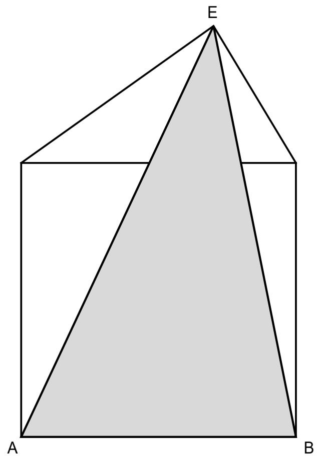
Obsah lichoběžníku *ABCD*

$s = \dfrac{a+c}{2} \cdot v = \dfrac{42+18}{2} \cdot 16 = 480\ cm^2$

**Obsah lichoběžníku je 480 *cm²*.**

**24)**



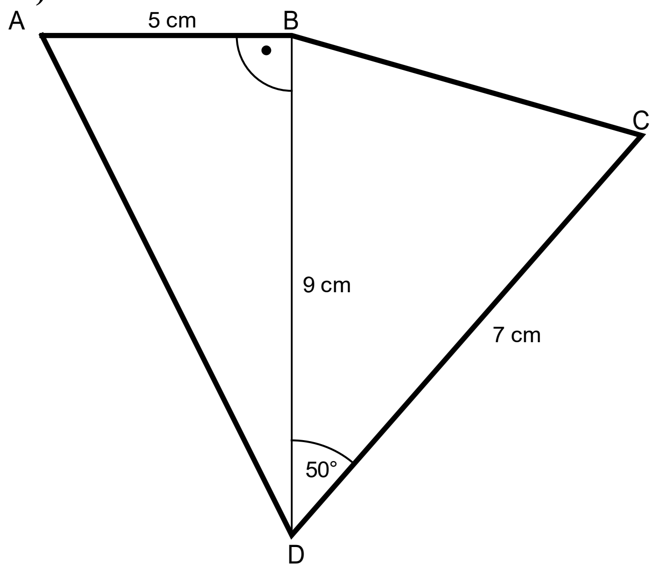

Strana čtverce *ABCD* je 10 cm, tj. i základna *DC* trojúhelníku *DCE* je 10 cm. Vypočteme jeho výšku:

$$S = \frac{z \cdot v}{2} \quad \Rightarrow v = \frac{2S}{z} = \frac{2 \cdot 30}{10} = 6 \ cm.$$

Výška trojúhelníku *ABE* je $10 + 6 = 16 \ cm$, jeho obsah je $S = \frac{z \cdot v}{2} = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \ cm^2$

**Obsah trojúhelníku je 80 cm².**

**25)**



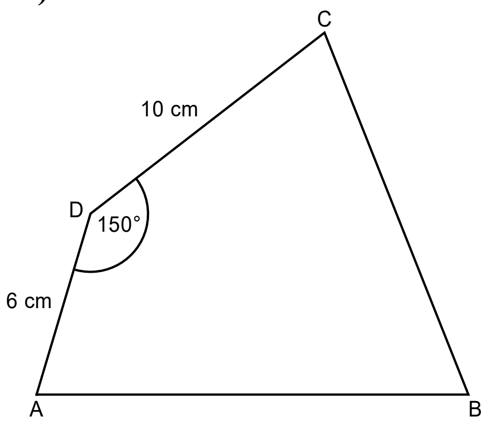

Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABD $S_1 = \frac{ab}{2} = \frac{5 \cdot 9}{2} = 22,5 \, cm^2$

Obsah trojúhelníku BCD $S_2 = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 7 \cdot \sin 50° = 24,13 \, cm^2$

Obsah čtyřúhelníku ABCD $S = S_1 + S_2 = 22,5 + 24,13 = 46,63 cm^2$

**Obsah čtyřúhelníku ABCD je *S* = 46,6 cm².**

**26)**




Obsah trojúhelníku ACD $S_1 = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10\cdot \sin 150° = 15cm^2$

Obsah čtyřúhelníku ABCD je zadán: 70 $cm^2$.

Obsah trojúhelníku ABC je $70 - 15 = 55cm^2$

**Obsah trojúhelníku ABC *S* = 55 $cm^2$.**