

Rovnice a nerovnice

Podzim 2024

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Lukáš si na internetové televizi zaplatil sledování všech dílů oblíbeného seriálu. První týden viděl 40 % všech dílů seriálu, druhý týden $\frac{3}{8}$ všech dílů seriálu a třetí týden mu zbývalo zhlédnout ještě posledních 9 dílů do konce seriálu.

2 Kolik dílů celkem měl seriál, který Lukáš sledoval?

Výsledek: Seriál měl celkem 40 dílů., 2 body

4 V oboru R řešte soustavu nerovnic:

$$\frac{1+3x}{4} > \frac{1-2x}{3}$$

$$-6x \leq 1-7x$$

Výsledek запиšte pomocí intervalu.

Výsledek: $K = \left(\frac{1}{17}; 1\right)$, 2 body

5 V oboru R řešte rovnici:

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x} - 1$$

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \emptyset$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Bazén má tvar kvádrů. Po vypuštění bazénu dosahuje voda na celém jeho dně do výšky 4 mm. Celkový objem této vody je 20 hl. Šířka bazénu je o 5 m menší než jeho délka.

13 Vypočítejte šířku a délku bazénu.

Výsledek uveďte v metrech.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: Bazén má délku 25 m a šířku 20 m., max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Dva traktory, které orají různě rychle, zorají pole společně za 4 hodiny. Kdyby nejdříve zoral jeden z traktorů právě polovinu pole a potom druhý traktor zoral zbývající polovinu pole, celková doba orby by byla 9 hodin.

14 Vypočítejte, za kolik hodin by zoral celé pole první traktor a za kolik hodin druhý traktor.

Každý z traktorů orá stabilní rychlostí bez poruch a rychlostních výkyvů.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: První traktor by pole sám zoral za 12 hodin a 2. traktor by sám pole zoral za 6 hodin nebo opačně., max. 2 body

Jaro 2024

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Pro číselnou hodnotu t_C teploty ve stupních Celsia a číselnou hodnotu t_F téže teploty ve stupních Fahrenheita platí vztah:

$$t_F = 1,8t_C + 32$$

3 Vypočtete, pro jakou teplotu ukáže teploměr ve stupních Celsia stejnou číselnou hodnotu jako teploměr ve stupních Fahrenheita.

Výsledek: $t_C = -40^\circ\text{C}$, 1 bod

4 Určete všechna $x \in R$, pro která platí:

$$\frac{3x}{x+1} - 3 < 0$$

Výsledek запиšte pomocí intervalu.

Výsledek: $K = (-1; +\infty)$, 2 body

5 V oboru R řešte:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{x-3}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{3}{4}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-4; 3\}$, max. 2 body

12 Lesní školka určená k pěstování sazenic lesních dřevin má tvar obdélníku. Rozdíl mezi délkami dvou sousedních stran obdélníku je 30 metrů. Na její oplocení se spotřebovalo 532 délkových metrů pletiva.

Jaká je výměra (plocha) lesní školky v m^2 ?

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $S = 17\,464\text{m}^2$, max. 2 body

16 Žáci v rámci expedice ušli během tří dnů 50 kilometrů. První den ušli dvakrát více než třetí den, druhý den ušli o 10 kilometrů méně než první den.

Kolik kilometrů ušli žáci celkem za první dva dny?

A) 24 B) 26 C) 36 D) 38 E) nelze ze zadání určit

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2023

2 Pro $a, b, c \in R$ je dán vztah:

$$2a + ab^2 + 3c = 0$$

Vyjádřete z tohoto vztahu neznámou a .

Výsledek: $a = \frac{-3c}{b^2 + 2}$, 1 bod

4 V oboru R řešte:

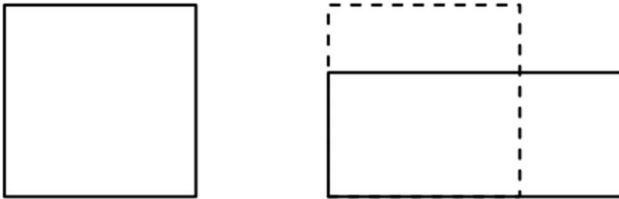
$$\frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{2x}{x+2} = 1$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-1; 2\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Čtvercový pozemek má stejnou výměru (obsah) jako obdélníkový pozemek. Obdélníkový pozemek má jednu stranu o 35 % kratší než čtvercový pozemek a druhou stranu o 140 metrů delší než čtvercový pozemek.



14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete v metrech obvod čtvercového pozemku.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Obvod čtvercového pozemku je 1 040 metrů. Max. 3 body

15 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N)

15.1 Nerovnice

$$(x-3)(3-x) \geq 0$$

má v oboru R více než jedno řešení.

15.2 Řešením nerovnice

$$(x+4)(x+4) \geq 0$$

v oboru R je každé reálné číslo.

15.3 Množinou všech řešení nerovnice

$$\frac{x-2}{2-x} > 0$$

v oboru R je prázdná množina.

Výsledek: N A A, max. 3 body

Jaro 2023

4 V oboru R řešte:

$$\frac{x+5}{x-1} + \frac{5x-1}{x^2-x} = \frac{5}{x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-4; -1\}$, max. 2 body

5 Pro $x \in R, y \in R$ řešte soustavu rovnic:

$$x + 2y = 5$$

$$\frac{x}{2} = 10 - 4y$$

Výsledek: $K = \left\{ \left[0; \frac{5}{2} \right] \right\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pro třídní propagační akci byly vydány poukazy na jeden volný vstup do aquacentra. První den akce byly využity dvě pětiny všech vydaných poukazů. Každý další den akce bylo využito o 15 poukazů méně než v předchozím dni. Během celé třídní akce nebyla využita pouze jedna dvacatina všech vydaných poukazů.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik vydaných poukazů bylo využito druhý den propagační akce.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Druhý den propagační akce bylo využito 57 vydaných poukazů. Max. 3 body

21 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru R interval $(7; +\infty)$?

A) $7 - x > 0$

B) $(x - 7)^2 > 0$

C) $x^2 - 49 > 0$

D) $\frac{(x-1)^2}{x-7} > 0$

E) $\frac{x-7}{x-1} > 0$

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2022

6 Je dán výraz:

$$\frac{1-x}{x-7} + 1$$

Určete všechny $x \in R$, pro která je hodnota daného výrazu záporná.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x \in (7; +\infty)$, max. 2 body

7 V oboru R řešte:

$$\frac{x+8}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{32}{x^2-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-6; 2\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Odměna 25 200 korun se rozdělila rovným dílem mezi všechny brigádníky. Kdyby bylo o 5 brigádníků více, na každého by vyšla odměna o 1000 korun menší.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik korun dostal každý brigádník.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Každý brigádník dostal 2 800 korun. Max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

U každé z následujících tří rovnic určíme počet všech jejích řešení v oboru R .

I. $2^{2x} + 2 = 0$

II. $\frac{(2x+2)(x+2)}{(x+1)^2} = 0$

III. $\frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$

16 Právě jedno řešení

A) má pouze I. rovnice.

B) má pouze II. rovnice.

C) má pouze III. rovnice.

D) mají alespoň dvě z uvedených rovnic.

E) nemá žádná z uvedených rovnic

Výsledek: B, 2 body

Jaro 2022

7 V oboru R řešte:

$$\frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{3}{x} + \frac{16}{x^2+2x} = \frac{x}{x+2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{5\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Jedna korunová mince váží 3,6 gramu a jedna pětikorunová mince váží 4,8 gramu. V kasičce jsou pouze korunové a pětikorunové mince. Dohromady mají hodnotu 81 korun a váží 120 gramů.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete celkový počet mincí v kasičce.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: V kasičce bylo celkem 29 mincí. Max. 3 body

17 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru R prázdná množina?

A) $\frac{15 \cdot x}{15^2 \cdot x^2} < 0$

B) $\frac{x-15^2}{15^2-x} < 0$

C) $(x+15)^2 \leq 0$

D) $x^2 + (-15)^2 \leq 0$

E) $x-15^2 < x+15^2$

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2021

6 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{0\}$, max. 2 body

7 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$y^2 + 40y + 400 > 0$$

Výsledek: $K = (-\infty; -20) \cup (-20; \infty)$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V učitelském sboru má každý učitel čtyřikrát více kolegyň než kolegů, zatímco každá učitelka má kolegů o 40 méně než kolegyň.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik učitelek je v učitelském sboru.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: V učitelském sboru je 56 učitelek, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Řešíme tři rovnice v oboru \mathbb{R} :

I. $(1-x)^2 = (3-x)^2$

II. $1-x = 3-x$

III. $(3-x)(1-x) = 3-x$

24 Které z uvedených rovnic mají právě jedno řešení?

A) žádná z uvedených rovnic

B) pouze I. rovnice

C) pouze III. rovnice

D) právě dvě z uvedených rovnic

E) všechny tři uvedené rovnice

Výsledek: B, 2 body

Červenec 2021 – mimořádný termín

6 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{2x+1}{x+1} = 3 + \frac{2}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-3; 0\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Ve skladu bylo na začátku dubna 800 párů vycházkových bot a 300 párů sportovních bot. Při inventuře na konci dubna se zjistilo, že se v tomto měsíci prodalo čtyřikrát více párů vycházkových bot než sportovních, a ve skladu tak zbylo o 140 párů vycházkových bot více než sportovních.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtěte, kolik párů

15.1 vycházkových bot se v dubnu prodalo,

15.2 bot (vycházkových i sportovních dohromady) bylo ve skladu při inventuře na konci dubna.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: 15.1 V dubnu se prodalo 480 párů vycházkových bot. 15.2 Při inventuře bylo ve skladu 500 párů bot. max. 3 body

25 Přiřaďte ke každé nerovnici (25.1–25.4) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru \mathbb{R} .

25.1 $(x-3)(x+2) < 0$ 25.2 $\frac{x+3}{2-x} < 0$

25.3 $\frac{(x-3)^2}{x+2} < 0$ 25.4 $\frac{(x+3)(x-2)}{x+3} < 0$

A) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ B) $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$ C) $(-\infty; -2)$

D) $(-\infty; 2)$ E) C) $(-3; 2)$ F) $(-2; 3)$

Výsledek: FACB, max. 4 body

Jaro 2021

6 V oboru R řešte:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} - \frac{3}{2} = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{5\}$, max. 2 body

9 V oboru R řešte:

$$\frac{x^2 - 5x}{x} \leq 0$$

Výsledek: $K = (-\infty; 0) \cup (0; 5)$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Emil, Pavel a Martin koupili společně dárek za 2 975 korun.

Pavel přispěl částkou o 20 % vyšší než Emil.

Emil přispěl částkou, která je o 20 % menší než aritmetický průměr příspěvků Pavla a Martina.

14 Vypočtete, jakou částkou přispěl Martin.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Martin přispěl částkou 1105 korun, max. 3 body

Podzim 2020

5 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{0\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Hodinová sazba trenéra badmintonu je o 250 korun vyšší než hodinový pronájem kurtu. Cena za dvě hodiny pronájmu kurtu je o jednu devítinu nižší, než je hodinová sazba trenéra badmintonu.

(Hodinová sazba trenéra badmintonu nezahrnuje pronájem kurtu.)

7 Vypočtete v korunách hodinovou sazbu trenéra badmintonu.

Výsledek: **Hodinová sazba trenéra je 450 Kč, max. 2 body.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

V pondělí byli ve třídě všichni žáci a poměr počtu dívek ku počtu chlapců byl 3 : 2.

V úterý chyběly ve třídě pouze 3 dívky a uvedený poměr se změnil na 5 : 4.

Ve středu chyběli 2 chlapci a 2 dívky.

Ve čtvrtek chyběli pouze 2 chlapci.

V pátek nikdo nechyběl.

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 V úterý bylo ve třídě přítomno 15 dívek.

16.2 Ve středu byl poměr počtu dívek ku počtu chlapců roven 3 : 2.

16.3 Ve čtvrtek bylo ve třídě přítomno 10 chlapců.

16.4 V pátek bylo ve třídě celkem 28 žáků.

Výsledek: **ANAN, max 2 body.**

18 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru \mathbb{R} interval

$(-1; 3)$?

A) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$ B) $(x+1)(3-x) < 0$ C) $(x+1)(x-3) < 0$ D) $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$ E) $\frac{x^2-9}{x+1} \geq 0$

Výsledek: **C, 2 body.**

Jaro 2020

6 V oboru R řešte:

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - 2x} - 1$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-3; 3\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Aleš a Blanka začali současně číst knihu, která má 240 stran. Aleš četl každý den stejný počet stran. Blanka četla denně o 4 strany více než Aleš, a to včetně pátku, kdy knihu dočetla. Aleš pak pokračoval oba víkendové dny, než knihu dočetl.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik stran knihy četl denně Aleš.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Aleš četl denně 20 stran knihy, max. 3 body

24
$$\frac{y}{x^3 + 2x} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

Uvedená rovnost výrazů platí

- A) pro všechna reálná čísla x a y .
- B) pro libovolné reálné číslo y a každé nenulové reálné číslo x .
- C) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné reálné číslo.
- D) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné nenulové reálné číslo.
- E) pro všechna reálná čísla x a y , kde $x \neq 0$ a současně $x \neq y$.

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2019**5 V oboru R řešte:**

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1 \right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Výsledek: $K = \{1\}$ a postup řešení, max. 3 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Každý ze tří muzikantů vydělal na společném koncertě stejnou částku. Kamil utratil dvě pětiny svého výtěžku, Luboš utratil o 50 % více než Kamil a Martinovi z výtěžku zbylo 240 korun. Všichni tři muzikanti tak utratili celkem 60 % společného výtěžku z koncertu. Zbytek poslali jako dar na charitu.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik korun činil dar na charitu.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Výsledek: „Dar na charitu činil 1 440 korun.“ a postup řešení, max. 3 body**

Jaro 2019

5 V oboru R řešte rovnici:

$$\frac{2x+8}{4x^2-8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{3\}$ a postup řešení, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Na zámek přišly pouze dvě třetiny všech účastníků zájezdu, ale na prohlídku zámku čtyři z těchto příchozích nešli. Prohlídky zámku se tak zúčastnila jen polovina všech účastníků zájezdu.

6 Určete počet všech účastníků zájezdu.

Výsledek: 24 účastníků, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se tak za 15 dnů vyrobilo 2 200 výrobků.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic určete celkový počet výrobků vyrobených za prvních 5 dnů.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: „Za prvních 5 dnů se vyrobí 600 výrobků.“ a postup řešení, max. 3 body.

23 Pro kterou z následujících nerovnic s neznámou $x \in R$ je množinou všech řešení interval $(-\infty; 0)$?

A) $-2x < 0$ B) $\frac{x}{x-1} < 0$ C) $\frac{x}{-2} \geq 0$ D) $\frac{2x}{x} < 0$ E) $2x < x$

Výsledek: E, 2 body

Podzim 2018**5 V oboru R řešte rovnici:**

$$\frac{x+10}{x} + \frac{100}{10x-x^2} = \frac{x+20}{x-10}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Výsledek:** $K = \{-10\}$ **a postup řešení, max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Modelka Tereza měla přislíbený výdělek o 5 000 korun vyšší než modelka Marie, ale nakonec si obě modelky vydělaly stejně. Přitom Tereza si vydělala o polovinu více, než měla přislíbeno, a Marie dokonce dvojnásobek toho, co měla přislíbeno.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik korun si vydělaly dohromady Tereza s Marií.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Výsledek: Tereza s Marií si dohromady vydělaly 60 000 Kč. Postup řešení, max. 3 body**

26 Ke každé nerovnici (26.1 – 26.3) řešené v oboru R přiřad'te odpovídající množinu všech řešení (A – E).

$$26.1 \quad x^2 \leq 0 \qquad 26.2 \quad -2x \leq 4 - 2 \cdot 2 \qquad 26.3 \quad \frac{2x^2 - 4x}{(x-2) \cdot x} \leq 0$$

A) \emptyset B) $\{0\}$ C) $\langle 0; +\infty$) D) $(-\infty; 0)$ E) jiná množina**Výsledek: B C A, max. 3 body**

Jaro 2018

2 V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici a množinu všech řešení zapište intervalem.

$$\frac{14-2x}{-2} + 2 < 0$$

Výsledek: $K = (-\infty; 5)$, **1 bod**

5 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{x-2}{4} \cdot x = 1 - \frac{x}{6}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{-2; 3\}$ **a postup řešení, max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Pan Kocour uvažuje o výhodné investici, ale jeho kapitál by pokryl jen třetinu investice. Proto nabídl spoluúčast panu Malému, jehož kapitál je o 200 miliónů korun vyšší než kapitál pana Kocoura. Aby společně pokryli celou investici, každý z nich uvolní přesně polovinu svého kapitálu.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete v korunách

15.1 hodnotu kapitálu pana Kocoura,

15.2 částku, kterou na investici uvolní pan Malý.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: Nutným předpokladem nenulového hodnocení je správně sestavená soustava rovnic, resp. rovnice, která vede k výpočtu požadovaných údajů.

15.1 50 miliónů Kč, 15.2 125 miliónů Kč, odpovědi, max. 3 body

17 Která z následujících rovnic má v oboru \mathbb{R} právě jedno řešení?

A) $x^2 + 1 = 0$ B) $(x+1)^2 = x^2 + 1$ C) $x^2 - 1 = 0$ D) $x^2 = x$ E) žádná z výše uvedených rovnic

Výsledek: B, 2 body

Podzim 2017**3 V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici: $2x - 1 > -2 + 2x$** **Výsledek: $K = \mathbb{R}$; 1 bod**

5 Řešte soustavu rovnic s neznámými $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$x + 2y = -1$$

$$z - 2y = -2$$

$$x - 2z = -3$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Výsledek: $K = \{[-3; 1; 0]\}$ a postup řešení, max. 2 body**

6 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici: $2x - 3 = (2x - 3)(2x + 3)$ **Výsledek: $K = \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$, max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Do školní knihovny se zakoupilo 12 stejných učebnic němčiny a několik stejných učebnic španělštiny.

Za všechny zakoupené učebnice němčiny se zaplatilo stejně jako za všechny učebnice španělštiny.

Cena jedné učebnice španělštiny byla o 60 Kč vyšší než cena jedné učebnice němčiny.

Kdyby se zakoupilo 12 kusů učebnic němčiny a 12 kusů učebnic španělštiny, učebnice by stály celkem 3 600 Kč.

15

15.1 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik Kč stála jedna učebnice němčiny.

15.2 Vypočtete, kolik učebnic španělštiny se zakoupilo do školní knihovny.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Výsledek: 120 Kč za učebnici němčiny, 8 učebnic španělštiny, max. 3 body.

Jaro 2017

5 V oboru R řešte: $\frac{4}{x-1} - \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{4}$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \{5\}$ **a postup řešení, max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Na stole jsou dvě hromádky mincí. Obě hromádky obsahují pouze pětikorunové a dvoukorunové mince.

První hromádka s 32 mincemi obsahuje pětinu všech pětikorunových mincí a polovinu všech dvoukorunových mincí.

Druhá hromádka obsahuje zbývajících 68 mincí.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte v korunách hodnotu všech mincí na stole.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení a odpověď zapište celou větou.

Výsledek: 380 Kč **a postup řešení, max. 3 body**

26 Přiřaďte ke každé rovnici (26.1 – 26.3) řešené v oboru R odpovídající množinu všech řešení (A–E).

26.1 $x^2 = -3x$ 26.2 $\frac{9}{x} = x$ 26.3 $\frac{9-x^2}{x-3} = 0$

A) $\{-3; 3\}$ B) $\{-3; 0\}$ C) $\{0; 3\}$ D) $\{3\}$ E) $\{-3\}$

Výsledek: B, A, E, **max. 3 body**

Podzim 2016

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{1}{2x-4} + \frac{1-x}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Výsledek: $K = \{-1\}$, $x \neq 0, x \neq 2$ a postup řešení, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Sourozenci Adam, Bořek a Cyril spořili na společný dar. Bořek uspořil 11 000 korun a Cyril třetinu aritmetického průměru úspor Adama a Bořka. Všichni tři chlapi dohromady uspořili třikrát více než samotný Adam. Neznámý počet korun, které uspořil Adam, označte symbolem a .

15

15.1 Užitím rovnice s neznámou a vypočtete, kolik korun uspořil Adam.

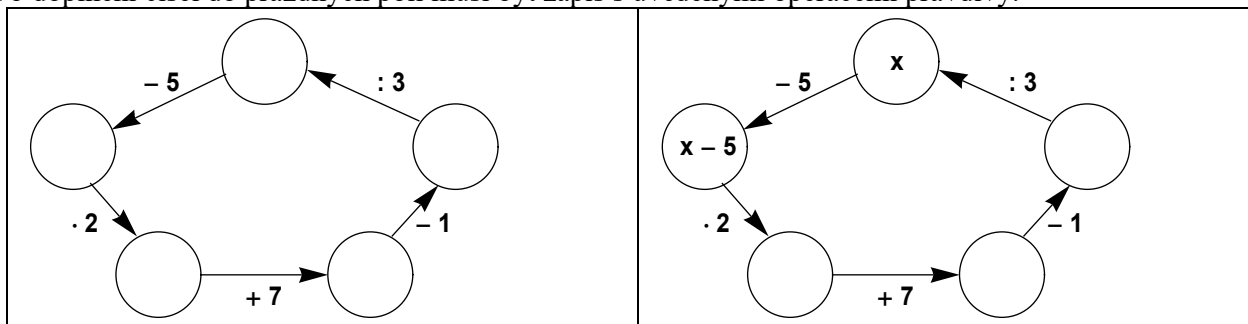
15.2 Vypočtete kolik korun uspořil Cyril.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení obou částí úlohy a odpověď запиšte celou větou.

Výsledek: Adam uspořil 7 000 Kč. Cyril uspořil 3 000 Kč, max. 3 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Po doplnění čísel do prázdných polí musí být zápis s uvedenými operacemi pravdivý.



Doplní-li se do jednoho prázdného pole neznámá x , pak lze rovnicí dopočítat číslo, které neznámá x představuje.

23 Která z následujících rovnic odpovídá naznačenému řešení na obrázku vpravo?

A) $(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$ B) $(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$ C) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$

D) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$ E) žádná z uvedených

Výsledek: A, 2 body

Jaro 2016

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 2} - 1 = 0$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \emptyset$ a postup řešení, max. 2 body

6 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{-2}{x-2} \leq 0$

Výsledek: $K = (2; \infty)$, 1 bod

7 Pro kladné veličiny a, b, c platí: $c = a - b \cdot \frac{c}{2}$. Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu c .

Výsledek: $c = \frac{2a}{b+2}$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Petr s Radkem si chtějí koupit stejnou knihu. Petrovi ke koupi knihy 250 korun chybí, Radkovi naopak 150 korun přebývá. Radek má třikrát více korun než Petr.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte cenu knihy.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 450 Kč a postup řešení, max. 3 body

22 Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$: $\frac{1}{2x-1} = x$.

Do kterého intervalu patří oba kořeny rovnice?

A) $\langle -3, 4; -0, 6 \rangle$ B) $\langle -1, 2; 0, 6 \rangle$ C) $\langle -0, 9; 0, 9 \rangle$ D) $\langle -0, 6; 1, 2 \rangle$ E) do žádného

z uvedených.

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2015

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Výsledek: $K = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$; $x \neq 0$; $x \neq -2$ a postup řešení, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Škola zakoupila dva druhy kalkulaček. Levnější kalkulačka stála 585 Kč a dražší 630 Kč. Za nákup 60 kalkulaček škola zaplatila celkem 35 910 Kč.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik korun škola zaplatila za nákup levnějších kalkulaček.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 24 570 Kč a postup řešení, max. 3 body

26 Přiřaďte ke každé nerovnici (26.1 – 26.3) řešené v oboru \mathbb{R} odpovídající množinu všech řešení (A–E).

$$26.1 \frac{3-x}{-2} < -1 \quad 26.2 \frac{2}{3-x} < 0 \quad 26.3 \frac{3-x}{x-3} > 0$$

A) \emptyset B) $(-\infty; 1)$ C) $(-\infty; 3)$ D) $(1; +\infty)$ E) $(3; +\infty)$

Výsledek: B, E, A, max. 3 body

Jaro 2015

5 V oboru R řešte: $\frac{y-7}{4-y} - \frac{3-2y}{y-4} = 0$.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Výsledek: $K = \{-4\}$; $y \neq 4$, **max. 2 body** $K = \{-4\}$

11 Pro veličiny $a \in (0; 2)$, $b \in R^+$ platí: $1 + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$. **Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu a .**

Výsledek: $a = \frac{2}{b+1}$, **1 bod**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Čajové směsi jsou namíchané ze dvou druhů čaje. Ve standardní čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 3 a 40gramové balení této směsi se prodává za 42 Kč. Ve výběrové čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 1 a 50gramové balení této směsi se prodává za 60 Kč.

15 Vypočtěte cenu 10 gramů dražšího druhu čaje.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Výsledek: 15 Kč, **max. 3 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V oboru R jsou dány rovnice:

I: $2x^2 - 4 = -4x$ II: $(2x-1)^2 = 0$ III: $x^2 - 1 = -(x^2 - 1)$

18 Která z uvedených rovnic nemá řešení?

A) I a II B) II a III C) pouze I D) pouze III E) Všechny tři rovnice mají řešení

Výsledek: E, 2 body

Ilustrační 2015

5 V R^2 řešte soustavu rovnic:
 $1 - 2x = 1$

$$\frac{5}{1-y} - \frac{6}{2x+1} = 0$$

V **záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení** včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Výsledek: $K = \left\{ \left[0; \frac{1}{6} \right] \right\}$, $x \neq -\frac{1}{2}; y \neq 1$, **max. 3 body**

6 V oboru R řešte rovnici: $1 = \frac{(2x-3)^2}{12x+9}$

Výsledek: $K = \{0; 6\}$, **max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Janek nasbírá za 45 minut půl kbelíku malin, Eva nasbírá za hodinu celý kbelík.

8 **Vypočtete, kolik minut by trvalo naplnění jednoho kbelíku, kdyby obě děti pracovaly společně.**

V **záznamovém archu** uveďte celý **postup řešení**.

Výsledek: 36 minut, **max. 3 body**

9 Určete všechny hodnoty $x \in R$, které vyhovují nerovnici: $\frac{3-2x}{-2} < x$

Výsledek: $K = R$, **1 bod**

Podzim 2014

5 Stanovte podmínky a v oboru R řešte: $\frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 3} = 0$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$, $x \neq -1; x \neq 1$, **max. 3 body**

6 Pro $x \in R; y \in R \setminus \{0\}$ řešte:

$$\frac{x+1}{y} = 4$$

$$2x - 4y = -6$$

Výsledek: $K = \{[-5; -1]\}$, **max. 2 body**

7 Platí: $3 - ab = 2a + b$. Vypočtěte hodnotu a pro $b = \frac{1}{2}$.

Výsledek: $a = 1$, **1 bod**

Jaro 2014

5 V oboru R řešte: $\frac{1}{x^2 - x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x - 1}$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Výsledek: $K = \{5\}$, $x \neq 0; x \neq 1$ $L = P = \frac{1}{20}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Petr dokáže udělat celou práci sám za 6 hodin. Martin dokáže udělat stejnou práci sám za 8 hodin. Ve skutečnosti pracoval nejdříve Petr a potom ho vystřídal Martin. Celou práci tak zvládli za 6,5 hodiny. (Žádný z chlapců neměnil své pracovní tempo a střídání chlapců proběhlo bez časové prodlevy.)

14 Vypočtete, jak dlouho pracoval Petr, než ho vystřídal Martin.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 4,5 hodiny, max. 3 body

25 Přiřaďte každé soustavě rovnic (25.1 – 25.4), kde $x \in R; y \in R$, množinu všech řešení

(A – F) dané soustavy.

25.1 $\begin{cases} 2x = 0 \\ 2y - 4 = 2(y - 2) \end{cases}$ 25.2 $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 25.3 $\begin{cases} -x + 2y - 1 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ 25.4 $\begin{cases} x = y + 2 \\ y = x - 2 \end{cases}$

A) \emptyset B) $\{[2; 0]\}$ C) $\{[0; 2]\}$ D) $\{[0; -2]\}$ E) $\{[0; y], y \in R\}$ F) jiná množina

Výsledek: E, D, A, F, max. 4 body

Ilustrační 2014

5 V oboru R řešte rovnici: $\frac{x-1}{3} - 3 = \frac{3x}{6} - x$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení a správnost řešení ověřte zkouškou.

Výsledek: $K = \{4\}$, zkouška: $L(4) = P(4) = -2$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V Kocourkově se jedenkrát ročně plní městská sýpka. Pracovité kočky by sýpku naplnily samy za 2 hodiny, ale kocourům by stejná práce trvala 5 hodin. Myšky zlodějky umí plnou sýpku vyprázdnit za 10 hodin. (Veškeré činnosti se provádějí rovnoměrným tempem.)

Letos se do plnění prázdné sýpky pustili nejprve samotní kocouři. Po hodině práce jim přišly pomoci kočky, ale současně s nimi začaly sýpku vykrádat myšky. Všichni pak pokračovali až do okamžiku, kdy byla sýpka plná.

15

15.1 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, za jak dlouho byla sýpka plná.

15.2 Zapište zlomkem, jakou část sýpky myšky rozkradly.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 2 h 20 minut, 3 body, $\frac{2}{15}$ 1 bod

25 Přiřaďte každé úloze (25.1 – 25.4) s neznámou $x \in R$ odpovídající řešení (A – F).

25.1 $\frac{(x-2)^2}{2-x} = 0$ 25.2 $\frac{2-x}{2} \leq 0$ 25.3 $-2 \cdot (x-2) \geq 0$ 25.4 $(x-2) \cdot (2-2) \leq 0$

A) \emptyset B) R C) $\{2\}$ D) $\langle 2; \infty$ E) $(-\infty; 2)$ F) jiné řešení

Výsledek: A, D, E, B, max. 4 body

Podzim 2013

5 V oboru R řešte: $2 \cdot \frac{3y}{5} = \frac{2y-3}{2} + 1$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$, max. 2 body

10 V oboru R řešte: $\frac{x}{2} = 1 + \frac{4}{x}$

Výsledek: $K = \{-2; 4\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Mošt se prodává v 5litrových a 2litrových lahvích. Pan Suchánek si koupil celkem 216 litrů moštu v 60 lahvích. (Všechny zakoupené lahve byly plné.)

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik litrů moštu si koupil pan Suchánek v 5litrových lahvích.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 160 litrů, max. 3 body

26 Přiřaďte ke každému vztahu (26.1 – 26.3) odpovídající vyjádření veličiny a (A – F), kde $a, b \in R$.

26.1 $b - 2a = 1 - 3a$ 26.2 $2a - b = b - 2$ 26.3 $\frac{2a - b}{2} = a + 1$

A) $a = b - 1$ B) $a = b + 1$ C) $a = 1 - b$ D) $a = b + 2$ E) Žádné z uvedených vyjádření nevyhovuje

Výsledek: C, A, E, max. 3 body

Jaro 2013

5 V oboru R řešte: $\frac{x-1}{2} - 3\frac{x+1}{6} < x$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Výsledek:** $x > -1$, resp. $x \in (-1; \infty)$, **max. 2 body**

6 V oboru R řešte: $3x(x+1) = 9x^2$

Výsledek: $K = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$, **1 bod**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Žákovský oddíl karate má dvakrát více chlapců než dívek. Na závody se má sestavit jedno družstvo dívek a stejně početné družstvo chlapců. Do chlapeckého družstva se nedostane 12 hochů, naopak k sestavení kompletního dívčího družstva 1 děvče chybí.

14 Kolik členů je v žákovském oddílu karate?**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.****Výsledek:** **39 členů, max. 3 body**

19 Pro $x \in R \setminus \{3\}$ a $n \in N$ je dán vztah $n = \frac{5}{x-3}$. **Které z následujících tvrzení platí?**

A) $x = \frac{5n-3}{n}$ B) $x = \frac{5}{n+3}$ C) $x = \frac{n-3}{5}$ D) $x = \frac{5}{n} + 3$ E) $x = \frac{5}{n} - 3$

Výsledek: **D, 2 body**

Ilustrační 2013

4 Zapište intervalem množinu všech $x \in R$, pro něž platí současně dvě podmínky:

$$2x + 4 > 0$$

$$\frac{3-x}{2} \geq 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x \in (-2; 3)$ a postup řešení, max. 2 body

7 Jedním z kořenů kvadratické rovnice $(x-2) + (x+2)(x-2) = 0$ je $x = 2$.

Vypočítejte druhý kořen.

Výsledek: $x_2 = -3$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Součet dvou přirozených čísel je o 50 % větší než jejich rozdíl. Menší z obou čísel je 15.

14 Určete větší z obou čísel.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: 75, max. 3 body

17 Který z uvedených vztahů je odvozen ze vzorce $v = \frac{2s}{t_1 + t_2}$?

A) $s = \frac{2v}{t_1 + t_2}$ B) $s = \frac{2(t_1 + t_2)}{v}$ C) $s = \frac{v(t_1 + t_2)}{2}$ D) $s = \frac{t_1 + t_2}{2v}$ E) $\frac{v}{2(t_1 + t_2)}$

Výsledek: C, 2 body
