

Nerovnice v podílovém a součinném tvaru

Nerovnice v podílovém tvaru

$$1) \quad \frac{2-3x}{4+3x} > 0$$

$$2) \quad \frac{5+4x}{2-3x} < 0$$

$$3) \quad \frac{3+8x}{1+4x} \leq 0$$

$$4) \quad \frac{3x+2}{2-3x} \geq -\frac{5}{3}$$

$$5) \quad \frac{5x}{4+x} < 1$$

Řešení

Nerovnici nemůžeme násobit výrazem obsahujícím neznámou x , proto pro řešení použijeme metodu nulových bodů. Tuto metodu můžeme použít pro nerovnice, kde na levé straně je zlomek s neznámou ve jmenovateli a na pravé straně nula.

$$1) \quad \frac{2-3x}{4+3x} > 0$$

1. krok – určíme nulové body čitatele a jmenovatele

$$2-3x=0 \quad 4+3x=0$$

$$x = \frac{2}{3} \quad x = -\frac{4}{3}$$

2. krok – sestavíme schéma

Na číselnou osu vyneseme ve správném pořadí nulové body, tím se číselná osa „rozdělí“ na tři intervaly. Znaménka obou výrazů v jednotlivých intervalech zjistíme tak, že vybereme libovolné číslo z daného intervalu, dosadíme do výrazu a znaménko výsledku zapíšeme do schématu na příslušné místo.

$4+3x$	-		+		+
$2-3x$	+		+		-
		$-\frac{4}{3}$		$\frac{2}{3}$	

3. krok – ze schématu vyčteme řešení nerovnice

Použijeme pravidlo:

☞ zlomek je větší než nula (kladný), jestliže znaménka čitatele a jmenovatele jsou stejná:

$$\frac{+}{+} \text{ nebo } \frac{-}{-}$$

☞ zlomek je menší než nula (záporný), jestliže znaménka čitatele a jmenovatele jsou opačná:

$$\frac{+}{-} \text{ nebo } \frac{-}{+}$$

Řešením je tedy interval $\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

$$2) \quad \frac{5+4x}{2-3x} < 0$$

$$5+4x=0 \quad 2-3x=0$$

$$x = -\frac{5}{4} \quad x = \frac{2}{3}$$

$5+4x$	-		+		+
$2-3x$	+		+		-
		$-\frac{5}{4}$		$\frac{2}{3}$	

Řešením je sjednocení intervalů $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; \infty\right)$.

$$3) \quad \frac{3+8x}{1+4x} \leq 0$$

$$3+8x=0 \quad 1+4x=0$$

$$x = -\frac{3}{8} \quad x = -\frac{1}{4}$$

$1+4x$	-		-		+
$3+8x$	-		+		+
		$-\frac{3}{8}$		$-\frac{1}{4}$	

Řešením je interval $\left\langle -\frac{3}{8}; -\frac{1}{4} \right\rangle$. Interval je zleva uzavřený a zprava otevřený, důvod: jestliže se má zlomek rovnat nule, pak se musí rovnat nule pouze čítec, jmenovatel se nesmí rovnat nule.

$$4) \quad \frac{3x+2}{2-3x} \geq -\frac{5}{3}$$

Nejprve musíme převést nerovnici na tvar s nulou na pravé straně a pak teprve řešíme metodou nulových bodů.

$$\frac{3x+2}{2-3x} \geq -\frac{5}{3}$$

$$\frac{3x+2}{2-3x} + \frac{5}{3} \geq 0$$

$$\frac{3(3x+2) + 5(2-3x)}{3(2-3x)} \geq 0$$

$$\frac{-6x+16}{6-9x} \geq 0$$

$$-6x+16=0 \quad 6-9x=0$$

$$x = \frac{8}{3} \quad x = \frac{2}{3}$$

$-6x+16$	+		+		-
$6-9x$	+		-		-
		$\frac{2}{3}$		$\frac{8}{3}$	

Řešením je sjednocení intervalů $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup \left\langle \frac{8}{3}; \infty \right\rangle$.

$$5) \quad \frac{5x}{4+x} < 1$$

$$\frac{5x}{4+x} < 1$$

$$\frac{5x}{4+x} - 1 < 0$$

$$\frac{5x - (4+x)}{4+x} < 0$$

$$\frac{4x-4}{4+x} < 0$$

$$4x-4=0 \quad 4+x=0$$

$$x=1 \quad x=-4$$

$4x-4$	-		-		+
$4+x$	-		+		+
		-4		1	

Řešením je interval $(-4;1)$.

Nerovnice v součinném tvaru

1) $(5 - 8x)(3 - x) < 0$

2) $(3x - 1)(5x + 2) \geq 0$

Řešení

Tyto nerovnice se řeší také metodou nulových bodů úplně stejně jako nerovnice v podílovém tvaru.

Důvod – pro součin platí stejné pravidlo jako pro podíl:

☞ součin je větší než nula (kladný), jestliže znaménka obou činitelů jsou stejná:
+ · + nebo - · -

☞ součin je menší než nula (záporný), jestliže znaménka obou činitelů jsou opačná:
+ · - nebo - · +

Jsou ale dva rozdíly oproti nerovnicím v podílovém tvaru:

1. na pravé straně musí být pouze nula (pokud tam je jiné číslo, je komplikované převést jej na levou stranu a znovu upravit na součin)

2. pokud je znak nerovnosti \leq nebo \geq , pak výsledkem je interval nebo dva intervaly, které jsou u obou nulových bodů uzavřené (součin je roven nule, jestliže je roven nule kterýkoliv z činitelů – ne pouze čitatel jako u zlomku)

1) $(5 - 8x)(3 - x) < 0$

$$5 - 8x = 0 \quad 3 - x = 0$$

$$x = \frac{5}{8} \quad x = 3$$

$5-8x$	+		-		-
$3-x$	+		+		-
		$\frac{5}{8}$		3	

Řešením je interval $\left(\frac{5}{8}; 3\right)$.

$$2) \quad (3x-1)(5x+2) \geq 0$$

$$3x-1=0 \quad 5x+2=0$$

$$x = \frac{1}{3} \quad x = -\frac{2}{5}$$

$3x-1$	-		-		+
$5x+2$	-		+		+
		$-\frac{2}{5}$		$\frac{1}{3}$	

Řešením je sjednocení intervalů $\left(-\infty; -\frac{2}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; \infty\right)$.