

Rovnice a nerovnice

Podzim 2021

6 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{1}{x-5} + 1 = \frac{2x-9}{x-5} + \frac{1}{x-1} \quad / \cdot (x-5)(x-1)$$

$$x-1 + (x-5)(x-1) = (2x-9)(x-1) + x-5$$

$$x-1 + x^2 - x - 5x + 5 = 2x^2 - 2x - 9x + 9 + x - 5$$

$$-x^2 + 5x = 0$$

$$x(-x+5) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 5$$

Podmínky:

$$x-5 \neq 0 \quad x-1 \neq 0$$

$$x \neq 5 \quad x \neq 1$$

$$K = \{0\}$$

Výsledek: $K = \{0\}$, max. 2 body

7 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$y^2 + 40y + 400 > 0$$

Řešení

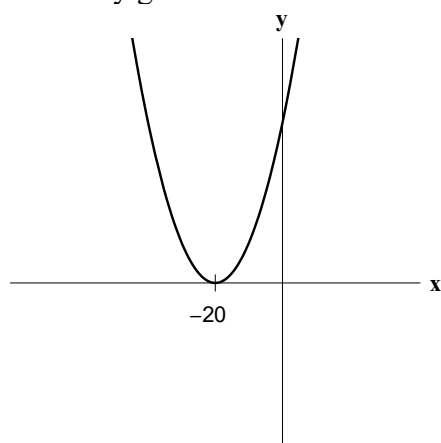
Můžeme řešit jako kvadratickou nerovnici:

$$x^2 + 40x + 400 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 40^2 - 4 \cdot 1 \cdot 400 = 0$$

$$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-40 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = -20$$

Průslušný graf kvadratické funkce:



Funkční hodnoty mají být > 0 , proto $x \in (-\infty; -20) \cup (-20; \infty)$

Výsledek: $K = (-\infty; -20) \cup (-20; \infty)$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V učitelském sboru má každý učitel čtyřikrát více kolegyň než kolegů, zatímco každá učitelka má kolegů o 40 méně než kolegyň.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtete, kolik učitelek je v učitelském sboru.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení

x počet učitelek v učitelském sboru

y počet učitelů

$x = 4 \cdot (y - 1)$	protože každý učitel má čtyřikrát více kolegyň než kolegů, sám sobě není kolegou
$x - 1 = y + 40$	protože každá učitelka má kolegů o 40 méně než kolegyň, sama sobě není kolegyní

$$x = 4 \cdot (y - 1)$$

$$x - 1 = y + 40$$

Metodou dosazovací:

$$4 \cdot (y - 1) - 1 = y + 40$$

$$y = 15$$

$$x = 56$$

Výsledek: V učitelském sboru je 56 učitelek, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Řešíme tři rovnice v oboru \mathbf{R} :

I. $(1-x)^2 = (3-x)^2$

II. $1-x = 3-x$

III. $(3-x)(1-x) = 3-x$

24 Které z uvedených rovnic mají právě jedno řešení?

A) žádná z uvedených rovnic

B) pouze I. rovnice

C) pouze III. rovnice

D) právě dvě z uvedených rovnic

E) všechny tři uvedené rovnice

Řešení

I. $(1-x)^2 = (3-x)^2$

$$1 - 2x + x^2 = 9 - 6x + x^2$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

Rovnice má jedno řešení

II. $1-x = 3-x$

$$1-x = 3-x$$

$$1 = 3$$

Rovnice nemá řešení

$$\text{III. } (3-x)(1-x) = 3-x$$

$$(3-x)(1-x) = 3-x$$

$$3-3x-x+x^2 = 3-x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x \cdot (x-3) = 0$$

$$x_1 = 0 ; x_2 = 3$$

Rovnice má dvě řešení

Výsledek: B, 2 body

Červenec 2021 – mimořádný termín

6 V oboru R řešte:

$$\frac{2x+1}{x+1} = 3 + \frac{2}{x-1}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{2x+1}{x+1} = 3 + \frac{2}{x-1} \quad / \cdot (x+1)(x-1)$$

$$(2x+1)(x-1) = 3(x+1)(x-1) + 2(x+1)$$

$$2x^2 - 2x + x - 1 = (3x+3)(x-1) + 2x + 2$$

$$2x^2 - x - 1 = 3x^2 - 3x + 3x - 3 + 2x + 2$$

$$-x^2 - 3x = 0$$

$$x \cdot (-x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -3$$

Podmínky

$$x \neq -1; x \neq 1$$

$$K = \{-3; 0\}$$

Výsledek: $K = \{-3; 0\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Ve skladu bylo na začátku dubna 800 párů vycházkových bot a 300 párů sportovních bot.

Při inventuře na konci dubna se zjistilo, že se v tomto měsíci prodalo čtyřikrát více párů vycházkových bot než sportovních, a ve skladu tak zbylo o 140 párů vycházkových bot více než sportovních.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik párů

15.1 vycházkových bot se v dubnu prodalo,

15.2 bot (vycházkových i sportovních dohromady) bylo ve skladu při inventuře na konci dubna.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení

x kolik párů vycházkových bot se prodalo

y kolik párů sportovních bot se prodalo

$x = 4y$	protože vycházkových bot se prodalo čtyřikrát více párů než sportovních bot
$800 - x = 300 - y + 140$	protože ve skladu zbylo o 140 párů vycházkových bot více než sportovních

$$x = 4y$$

$$800 - x = 300 - y + 140$$

Metodou dosazovací:

$$800 - 4y = 300 - y + 140$$

$$800 - 300 - 140 = 3y$$

$$y = 120$$

$$x = 480$$

Výsledek: 15.1 V dubnu se prodalo 480 párů vycházkových bot. 15.2 Při inventuře bylo ve skladu 500 párů bot. max. 3 body

25 Přiřaďte ke každé nerovnici (25.1–25.4) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru \mathbb{R} .

$$25.1 \quad (x-3)(x+2) < 0$$

$$25.2 \quad \frac{x+3}{2-x} < 0$$

$$25.3 \quad \frac{(x-3)^2}{x+2} < 0$$

$$25.4 \quad \frac{(x+3)(x-2)}{x+3} < 0$$

A) $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

B) $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$

C) $(-\infty; -2)$

D) $(-\infty; 2)$

E) C) $(-3; 2)$

F) $(-2; 3)$

Řešení

25.1 $(x-3)(x+2) < 0$ – řešíme metodou nulových bodů

$$x-3=0 \quad x+2=0$$

$$x=3 \quad x=-2$$

$x-3$	-		-		+
$x+2$	-		+		+
		-2		3	

$$x \in (-2; 3) - \mathbf{F}$$

25.2 $\frac{x+3}{2-x} < 0$ – řešíme metodou nulových bodů

$$x+3=0 \quad 2-x=0$$

$$x=-3 \quad x=2$$

$x+3$	-		+		+
$2-x$	+		+		-
		-3		2	

$$x \in (-\infty; -3) \cup (2; \infty) - \mathbf{A}$$

$$25.3 \quad \frac{(x-3)^2}{x+2} < 0$$

Čitatel $(x-3)^2$ je kladný nebo nula, proto jmenovatel $x+2$ musí být záporný:

$$x+2 < 0$$

$$x < -2$$

$$x \in (-\infty; -2) - \mathbf{C}$$

navíc musíme zohlednit i to, že $x-3 \neq 0$, tj. $x \neq 3$ (pak by byl zlomek = 0), číslo 3 ale do výsledku nepatří.

$$25.4 \frac{(x+3)(x-2)}{x+3} < 0$$

$$\frac{(x+3)(x-2)}{x+3} < 0$$

$x+3$ můžeme zkrátit

$$x-2 < 0$$

$$x < 2$$

Podmínka

$$x \neq -3$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 2)$$

Výsledek: FACB, max. 4 body

Jaro 2021

6 V oboru R řešte:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} - \frac{3}{2} = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} - \frac{3}{2} = 0 \quad / \cdot (x^2 - x - 6) \cdot 2$$

$$2 \cdot (x^2 - 4) - 3(x^2 - x - 6) = 0$$

$$2x^2 - 8 - 3x^2 + 3x + 18 = 0$$

$$-x^2 + 3x + 10 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 10 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_1 = -2; x_2 = 5$$

Podmínky

$$x^2 - x - 6 \neq 0$$

-2 nevyhovuje; 5 vyhovuje

$$K = \{5\}$$

Výsledek: $K = \{5\}$, max. 2 body

9 V oboru R řešte:

$$\frac{x^2 - 5x}{x} \leq 0$$

Řešení

$$\frac{x^2 - 5x}{x} \leq 0$$

$$\frac{x \cdot (x - 5)}{x} \leq 0$$

$$x - 5 \leq 0$$

$$x \leq 5$$

Podmínka

$$x \neq 0$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (0; 5]$$

Výsledek: $K = (-\infty; 0) \cup (0; 5]$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Emil, Pavel a Martin koupili společně dárek za 2 975 korun.

Pavel přispěl částkou o 20 % vyšší než Emil.

Emil přispěl částkou, která je o 20 % menší než aritmetický průměr příspěvků Pavla a Martina.

14 Vypočtete, jakou částkou přispěl Martin.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení

x kolik přispěl Emil

y kolik přispěl Pavel

z kolik přispěl Martin

$x + y + z = 2\,975$	
$y = 1,2x$	Pavel přispěl částkou o 20 % vyšší než Emil
$x = 0,8 \cdot \frac{y+z}{2}$ tuto rovnici upravíme: $x = 0,4(y+z)$ $x = 0,4y + 0,4z$	Emil přispěl částkou, která je o 20 % menší než aritmetický průměr příspěvků Pavla a Martina

Tuto soustavu tří rovnic o třech neznámých řešíme metodou dosazovací – za y dosadíme do první a třetí rovnice $1,2x$ (z 2. rovnice), tím vyloučíme y a dostaneme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých x, z :

$$x + 1,2x + z = 2975$$

$$x = 0,4 \cdot 1,2x + 0,4z$$

$$2,2x + z = 2975 \quad / \cdot 0,4$$

$$0,52x - 0,4z = 0$$

$$0,88x + 0,4z = 1190$$

$$0,52x - 0,4z = 0$$

$$1,4x = 1190$$

$$x = 850$$

$$y = 1,2x = 1020$$

$$z = 2975 - x - y = 1105$$

Výsledek: Martin přispěl částkou 1105 korun, max. 3 body

Podzim 2020

5 V oboru R řešte:

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{x-6}{x-3} = 2 - \frac{x}{x+3} \quad / \cdot (x-3)(x+3)$$

$$(x+3)(x-6) = 2(x-3)(x+3) - x \cdot (x-3)$$

$$x^2 - 6x + 3x - 18 = 2(x^2 + 3x - 3x - 9) - x^2 + 3x$$

$$x^2 - 3x - 18 = 2x^2 - 18 - x^2 + 3x$$

$$-6x = 0$$

$$x = 0$$

Podmínky: $x \neq 3$; $x \neq -3$, řešení $x = 0$ vyhovuje

Výsledek: $x = 0$ nebo $K = \{0\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Hodinová sazba trenéra badmintonu je o 250 korun vyšší než hodinový pronájem kurtu. Cena za dvě hodiny pronájmu kurtu je o jednu devítinu nižší, než je hodinová sazba trenéra badmintonu.

(Hodinová sazba trenéra badmintonu nezahrnuje pronájem kurtu.)

7 Vypočítejte v korunách hodinovou sazbu trenéra badmintonu.

Řešení

hodinový pronájem kurtu x

hodinová sazba trenéra $x + 250$

$$2x = \frac{8}{9}(x + 250)$$

$$2x = \frac{8(x + 250)}{9} \quad / \cdot 9$$

$$18x = 8x + 2000$$

$$x = 200$$

$$x + 250 = 450$$

Výsledek: Hodinová sazba trenéra je 450 Kč, max. 2 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

V pondělí byli ve třídě všichni žáci a poměr počtu dívek ku počtu chlapců byl 3 : 2.

V úterý chyběly ve třídě pouze 3 dívky a uvedený poměr se změnil na 5 : 4.

Ve středu chyběli 2 chlapci a 2 dívky.

Ve čtvrtek chyběli pouze 2 chlapci.

V pátek nikdo nechyběl.

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 V úterý bylo ve třídě přítomno 15 dívek.

16.2 Ve středu byl poměr počtu dívek ku počtu chlapců roven 3 : 2.

16.3 Ve čtvrtek bylo ve třídě přítomno 10 chlapců.

16.4 V pátek bylo ve třídě celkem 28 žáků.

Řešení

x počet dívek

y počet chlapců

$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$	v pondělí byli ve třídě všichni žáci a poměr počtu dívek ku počtu chlapců byl 3 : 2
$\frac{x-3}{y} = \frac{5}{4}$	v úterý chyběly ve třídě pouze 3 dívky a uvedený poměr se změnil na 5 : 4

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \quad / \cdot 2y$$

$$\frac{x-3}{y} = \frac{5}{4} \quad / \cdot 4y$$

$$2x - 3y = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$4x - 5y = 12$$

$$-4x + 6y = 0$$

$$4x - 5y = 12$$

$$y = 12$$

$$x = 18$$

$$16.1 \quad 18 - 3 = 15 \quad \text{ANO}$$

$$16.2 \quad \frac{18-2}{12-2} = \frac{16}{10} \neq \frac{3}{2} \quad \text{NE}$$

$$16.3 \quad 12 - 2 = 10 \quad \text{ANO}$$

$$16.4 \quad 18 + 12 = 30 \neq 28 \quad \text{NE}$$

Výsledek: ANAN, max 2 body.

18 Pro kterou z následujících nerovnic je množinou všech řešení v oboru \mathbf{R} interval $(-1; 3)$?

A) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$ B) $(x+1)(3-x) < 0$ C) $(x+1)(x-3) < 0$ D) $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$ E) $\frac{x^2-9}{x+1} \geq 0$

Řešení

Pokud jsou navržené odpovědi, tak je rychlejší zvolit správnou odpověď dosazováním než řešit 5 různých nerovnic.

1. krok: vyloučíme D a E, protože jejich řešením bude interval zleva nebo zprava uzavřený (kvůli ≥ 0 , tj. větší nebo **rovno** nule, ne pouze větší než nula).

2. krok: zvolíme číslo z daného intervalu $(-1; 3)$, např. $x = 0$. Tomuto číslu by měla správná nerovnice vyhovovat. Vyhovuje pouze A, C; B vyloučíme.

3. krok: zvolíme číslo mimo interval $(-1; 3)$ „zleva“, např. $x = -2$. Tomuto číslu by nerovnice neměly vyhovovat, přesto A vyhovuje – vyloučíme, zbývá C.

Výsledek: C, 2 body.

Jaro 2020**6 V oboru R řešte:**

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - 2x} - 1$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x^2 - 2x} - 1$$

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{x(x-2)} - 1 \quad / \cdot x(x-2)$$

$$2(x-2) = 5 - x(x-2)$$

$$2x - 4 = 5 - x^2 + 2x$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$

Podmínky: $x \neq 0$; $x \neq 2$. Obě vypočtené hodnoty vyhovují.**Výsledek:** $x_1 = 3$; $x_2 = -3$ nebo $K = \{-3; 3\}$, max. 2 body**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14**

Aleš a Blanka začali současně číst knihu, která má 240 stran. Aleš četl každý den stejný počet stran. Blanka četla denně o 4 strany více než Aleš, a to včetně pátku, kdy knihu dočetla. Aleš pak pokračoval oba víkendové dny, než knihu dočetl.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik stran knihy četl denně Aleš.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Řešení**

	kolik četli denně	kolik dní četli
Aleš	x	$\frac{240}{x}$
Blanka	$x + 4$	$\frac{240}{x + 4}$

Aleš četl o dva dny déle:

$$\frac{240}{x} = \frac{240}{x+4} + 2 \quad / \cdot x(x+4)$$

$$240(x+4) = 240x + 2x(x+4)$$

$$240x + 960 = 240x + 2x^2 + 8x$$

$$-2x^2 - 8x + 960 = 0$$

$$2x^2 + 8x - 960 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-960) = 7744$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{7744}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = 20; x_2 = -24$$

Výsledek: Aleš četl denně 20 stran knihy, max. 3 body

$$24 \frac{y}{x^3 + 2x} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

Uvedená rovnost výrazů platí

- A) pro všechna reálná čísla x a y .
- B) pro libovolné reálné číslo y a každé nenulové reálné číslo x .
- C) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné reálné číslo.
- D) jen pro $y = x$, přičemž x je libovolné nenulové reálné číslo.
- E) pro všechna reálná čísla x a y , kde $x \neq 0$ a současně $x \neq y$.

Řešení

$$\frac{y}{x^3 + 2x} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

$$\frac{y}{x(x^2 + 2)} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{1}{x^2 + 2} = \frac{1}{x^2 + 2}$$

$$\frac{y}{x} = 1 \quad / \cdot x$$

$$y = x$$

Podmínky: $x \neq 0$

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2019**5 V oboru R řešte:**

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1 \right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1 \right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

$$\frac{x(2x-6)}{x-6} - x = \frac{6-7x}{-1 \cdot (x-6)} \quad / \cdot (x-6)$$

$$x(2x-6) - x(x-6) = -1 \cdot (6-7x)$$

$$2x^2 - 6x - x^2 + 6x = -6 + 7x$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x_1 = 6; x_2 = 1$$

Podmínky: $x \neq 6$; $x \neq 1$. Vyhovuje pouze $x = 1$ **Výsledek: $x = 1$ nebo $K = \{1\}$ a postup řešení, max. 3 body****VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15**

Každý ze tří muzikantů vydělal na společném koncertě stejnou částku. Kamil utratil dvě pětiny svého výtěžku, Luboš utratil o 50 % více než Kamil a Martinovi z výtěžku zbylo 240 korun. Všichni tři muzikanti tak utratili celkem 60 % společného výtěžku z koncertu. Zbytek poslali jako dar na charitu.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik korun činil dar na charitu.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Řešení**

každý ze 3 muzikantů vydělal x Kč
společně vydělali $3x$ Kč

	utratil
Kamil	$\frac{2}{5}x = \frac{2x}{5}$
Luboš	$1,5 \cdot \frac{2x}{5} = \frac{3x}{5}$
Martin	$x - 240$

Utrátili celkem 60 % společného výtěžku:

$$\frac{2x}{5} + \frac{3x}{5} + x - 240 = 0,6 \cdot 3x \quad / \cdot 5$$

$$2x + 3x + 5x - 1200 = 9x$$

$$x = 1200$$

celkem vydělali: $3 \cdot 1200 = 3600$ utratili: $0,6 \cdot 3600 = 2160$ na charitu dali: $3600 - 2160 = 1440$ **Výsledek: „Dar na charitu činil 1 440 korun.“ a postup řešení, max. 3 body**

Jaro 2019**5 V oboru R řešte rovnici:**

$$\frac{2x+8}{4x^2-8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{2x+8}{4x^2-8x} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{2x+8}{4x(x-2)} - \frac{5}{2x} = \frac{1}{x} \quad / \cdot 4x(x-2)$$

$$2x+8-10(x-2) = 4(x-2)$$

$$2x+8-10x+20 = 4x-8$$

$$-12x = -36 \quad / :(-12)$$

$$x = 3$$

Podmínky: $x \neq 2$; $x \neq 0$, řešení vyhovuje.

Výsledek: $x = 3$ nebo $K = \{3\}$ a postup řešení, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Na zámek přišly pouze dvě třetiny všech účastníků zájezdu, ale na prohlídku zámku čtyři z těchto příchozích nešli. Prohlídky zámku se tak zúčastnila jen polovina všech účastníků zájezdu.

6 Určete počet všech účastníků zájezdu.

Řešení

počet účastníků zájezdu x

prohlídku absolvovalo dvě třetiny všech mínus 4, což je polovina všech:

$$\frac{2}{3}x - 4 = 0,5x \quad / \cdot 3$$

$$2x - 12 = 1,5x$$

$$0,5x = 12$$

$$x = 24$$

Výsledek: 24 účastníků, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Během prvních 5 dnů se vyrobilo denně v průměru o čtvrtinu výrobků méně, než se vyrobilo v každém z 10 následujících dnů. Celkem se tak za 15 dnů vyrobilo 2 200 výrobků.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic určete celkový počet výrobků vyrobených za prvních 5 dnů.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení

x kolik se vyrobilo denně v následujících 10 dnech (tj. 6. – 15. den)

$$5 \cdot \frac{3}{4}x + 10 \cdot x = 2200 \quad / \cdot 4$$

$$15x + 40x = 8800$$

$$x = 160$$

$$\text{Prvních 5 dnů denně } \frac{3}{4} \cdot 160 = 120$$

$$\text{Celkem za prvních 5 dnů: } 5 \cdot 120 = 600$$

Výsledek: „Za prvních 5 dnů se vyrobí 600 výrobků.“ a postup řešení, max. 3 body.

23 Pro kterou z následujících nerovnic s neznámou $x \in R$ je množinou všech řešení interval $(-\infty; 0)$?

A) $-2x < 0$ B) $\frac{x}{x-1} < 0$ C) $\frac{x}{-2} \geq 0$ D) $\frac{2x}{x} < 0$ E) $2x < x$

Řešení

Pokud jsou navržené odpovědi, tak je rychlejší zvolit správnou odpověď dosazováním než řešit 5 různých nerovnic.

1. krok: vyloučíme C, protože jejím řešením bude interval zleva nebo zprava uzavřený (kvůli ≤ 0 , tj. menší nebo **rovno** nule, ne pouze menší než nula).

2. krok: zvolíme číslo z daného intervalu $(-\infty; 0)$, např. $x = -1$. Tomuto číslu by měla správná nerovnice vyhovovat. Vyhovuje pouze E.

Výsledek: E, 2 body

Podzim 2018**5 V oboru R řešte rovnici:**

$$\frac{x+10}{x} + \frac{100}{10x-x^2} = \frac{x+20}{x-10}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$\frac{x+10}{x} + \frac{100}{10x-x^2} = \frac{x+20}{x-10}$$

$$\frac{x+10}{x} + \frac{100}{x(10-x)} = \frac{x+20}{-(10-x)} \quad / \cdot x(10-x)$$

$$(x+10)(10-x) + 100 = -x(x+20)$$

$$10x - x^2 + 100 - 10x + 100 = -x^2 - 20x$$

$$20x = -200 \quad / :20$$

$$x = -10$$

Podmínky: $x \neq 0$; $x \neq 10$, řešení vyhovuje.**Výsledek:** $x = -10$ nebo $K = \{-10\}$ a postup řešení, max. 2 body**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15**

Modelka Tereza měla přislíbený výdělek o 5 000 korun vyšší než modelka Marie, ale nakonec si obě modelky vydělaly stejně. Přitom Tereza si vydělala o polovinu více, než měla přislíbeno, a Marie dokonce dvojnásobek toho, co měla přislíbeno.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik korun si vydělaly dohromady Tereza s Marií.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Řešení**

	přislíbený výdělek	skutečný výdělek	skutečný výdělek pro zkoušku
Tereza	$x + 5000$	$1,5(x + 5000)$	30 000
Marie	x	$2x$	30 000

Vydělaly si stejně:

$$1,5(x + 5000) = 2x$$

$$1,5x + 7500 = 2x$$

$$7500 = 0,5x$$

$$x = 15\,000$$

Výsledek: Tereza s Marií si dohromady vydělaly 60 000 Kč. Postup řešení, max. 3 body

26 Ke každé nerovnici (26.1 – 26.3) řešené v oboru \mathbf{R} přiřaďte odpovídající množinu všech řešení (A – E).

26.1 $x^2 \leq 0$ 26.2 $-2x \leq 4 - 2 \cdot 2$ 26.3 $\frac{2x^2 - 4x}{(x-2) \cdot x} \leq 0$

A) \emptyset B) $\{0\}$ C) $\langle 0; +\infty$) D) $(-\infty; 0\rangle$ E) jiná množina

Řešení

26.1 $x^2 \leq 0$ druhá mocnina každého reálného čísla je větší nebo rovna nule, proto **B**.

26.2

$$-2x \leq 4 - 2 \cdot 2$$

Správná odpověď je **C**.

26.3

$$\frac{2x^2 - 4x}{(x-2) \cdot x} \leq 0$$

$$\frac{2x(x-2)}{(x-2) \cdot x} \leq 0$$

$$2 \leq 0$$

Tato nerovnost neplatí, proto **A**.

Výsledek: B C A, max. 3 body

Jaro 2018**2 V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici a množinu všech řešení zapište intervalem.**

$$\frac{14-2x}{-2} + 2 < 0$$

Řešení

$$\frac{14-2x}{-2} + 2 < 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$14 - 2x - 4 > 0$$

$$-2x > -10 \quad / : (-2)$$

$$x < 5$$

$$x \in (-\infty; 5)$$

Výsledek: $x \in (-\infty; 5)$ **nebo** $K = (-\infty; 5)$, **1 bod****5 V oboru \mathbb{R} řešte:**

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{x-2}{4} \cdot x = 1 - \frac{x}{6}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{x-2}{4} \cdot x = 1 - \frac{x}{6}$$

$$\frac{2x(x-2)}{12} = 1 - \frac{x}{6} \quad / \cdot 12$$

$$2x^2 - 4x = 12 - 2x$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12) = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = 3 \quad ; \quad x_2 = -2$$

Výsledek: $x_1 = 3; x_2 = -2$ **nebo** $K = \{-2; 3\}$ **a postup řešení, max. 2 body****VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15**

Pan Kocour uvažuje o výhodné investici, ale jeho kapitál by pokryl jen třetinu investice. Proto nabídl spoluúčast panu Malému, jehož kapitál je o 200 miliónů korun vyšší než kapitál pana Kocoura. Aby společně pokryli celou investici, každý z nich uvolní přesně polovinu svého kapitálu.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočítejte v korunách**

15.1 hodnotu kapitálu pana Kocoura,

15.2 částku, kterou na investici uvolní pan Malý.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).**Řešení**

	kapitál	kolik uvolnil	kapitál (v mil.)	kolik (v mil.)
Kocour	x	$\frac{x}{2}$	50	25
Malý	$x + 200$	$\frac{x + 200}{2}$	250	125

hodnota investice $3x$ (protože kapitál pana Kocoura stačí jen na třetinu investice)

$$\frac{x}{2} + \frac{x+200}{2} = 3x / \cdot 2$$

$$x + x + 200 = 6x$$

$$x = 50$$

Výsledek: Nutným předpokladem nenulového hodnocení je správně sestavená soustava rovnic, resp. rovnice, která vede k výpočtu požadovaných údajů.

15.1 50 miliónů Kč, 15.2 125 miliónů Kč, odpovědi, max. 3 body

17 Která z následujících rovnic má v oboru R právě jedno řešení?

A) $x^2 + 1 = 0$ B) $(x+1)^2 = x^2 + 1$ C) $x^2 - 1 = 0$ D) $x^2 = x$ E) žádná z výše uvedených rovnic

Řešení

A) $x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$ tato rovnice nemá řešení

B) $(x+1)^2 = x^2 + 1$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 1$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

Tato rovnice má jedno řešení.

C) $x^2 - 1 = 0$

$$(x+1)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1 ; x_2 = -1$$

D) $x^2 = x$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x_1 = 0 ; x_2 = 1$$

Výsledek: B, 2 body

Podzim 2017**3 V oboru \mathbb{R} řešte nerovnici: $2x - 1 > -2 + 2x$** **Řešení**

$$2x - 1 > -2 + 2x$$

$$-1 > -2$$

Tato rovnost platí pro všechna reálná čísla.

Výsledek: $x \in (-\infty; \infty)$ nebo $x \in \mathbb{R}$ nebo $K = \mathbb{R}$; 1 bod**5 Řešte soustavu rovnic s neznámými $x, y, z \in \mathbb{R}$:**

$$x + 2y = -1$$

$$z - 2y = -2$$

$$x - 2z = -3$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

Z libovolné rovnice vyjádříme libovolnou neznámou a dosadíme do zbývajících rovnic, dostaneme tak soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.

$$x - 2z = -3 \Rightarrow x = 2z - 3$$

$$2z - 3 + 2y = -1$$

$$z - 2y = -2$$

$$2z + 2y = 2$$

$$z - 2y = -2$$

$$3z = 0$$

$$z = 0$$

$$x = 2z - 3 = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$z - 2y = -2$$

$$0 - 2y = -2$$

$$y = 1$$

Výsledek: $x = -3$; $y = 1$; $z = 0$ nebo $K = \{[-3; 1; 0]\}$ a postup řešení, max. 2 body**6 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici: $2x - 3 = (2x - 3)(2x + 3)$** **Řešení**

$$2x - 3 = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$2x - 3 = 4x^2 - 9$$

$$4x^2 - 2x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 4}$$

$$x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = -1$$

Výsledek: $x_1 = \frac{3}{2}$; $x_2 = -1$ nebo $K = \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Do školní knihovny se zakoupilo 12 stejných učebnic němčiny a několik stejných učebnic španělštiny.

Za všechny zakoupené učebnice němčiny se zaplatilo stejně jako za všechny učebnice španělštiny.

Cena jedné učebnice španělštiny byla o 60 Kč vyšší než cena jedné učebnice němčiny.

Kdyby se zakoupilo 12 kusů učebnic němčiny a 12 kusů učebnic španělštiny, učebnice by stály celkem 3 600 Kč.

15

15.1 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, kolik Kč stála jedna učebnice němčiny.

15.2 Vypočtete, kolik učebnic španělštiny se zakoupilo do školní knihovny.

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení

	cena	počet kusů
němčina	x	12
španělština	$x + 60$	y

Za všechny zakoupené učebnice němčiny se zaplatilo stejně jako za všechny učebnice španělštiny:

$$12x = y(x + 60)$$

Kdyby se zakoupilo 12 kusů učebnic němčiny a 12 kusů učebnic španělštiny, učebnice by stály celkem 3 600 Kč:

$$12x + 12(x + 60) = 3600$$

Druhou rovnicí můžeme řešit hned (pouze jedna neznámá):

$$12x + 12(x + 60) = 3600$$

$$12x + 12(x + 60) = 3600$$

$$12x + 12x + 720 = 3600$$

$$24x = 3600 - 720$$

$$x = 120$$

Dosadíme do první rovnice:

$$12x = y(x + 60)$$

$$12 \cdot 120 = y \cdot (120 + 60)$$

$$y = 8$$

Výsledek: 120 Kč za učebnici němčiny, 8 učebnic španělštiny, max. 3 body.

Jaro 2017

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{4}{x-1} - \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{4}$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{4}{x-1} - \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{x-1} - \frac{x+1}{2(x-1)} = \frac{1}{4} \quad / \cdot 4(x-1)$$

$$16 - 2(x+1) = x-1$$

$$16 - 2x - 2 = x - 1$$

$$-3x = -15$$

$$x = 5$$

Podmínky: $x \neq 1$, řešení vyhovuje

Výsledek: $x = 5$ nebo $K = \{5\}$ a postup řešení, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Na stole jsou dvě hromádky mincí. Obě hromádky obsahují pouze pětikorunové a dvoukorunové mince.

První hromádka s 32 mincemi obsahuje pětinu všech pětikorunových mincí a polovinu všech dvoukorunových mincí.

Druhá hromádka obsahuje zbývajících 68 mincí.

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte v korunách hodnotu všech mincí na stole.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení a odpověď запиšte celou větou.

Řešení

Celkem je 100 mincí

počet pětikorunových mincí x

počet dvoukorunových mincí $100 - x$

$$\frac{x}{5} + \frac{100-x}{2} = 32 \quad / \cdot 10$$

$$2x + 5(100 - x) = 320$$

$$2x + 500 - 5x = 320$$

$$-3x = -180$$

$$x = 60$$

Hodnota pětikorunových: $60 \cdot 5 = 300$

Hodnota dvoukorunových: $40 \cdot 2 = 80$

Výsledek: Hodnota všech mincí na stole je 380 Kč, max. 3 body

26 Přiřaďte ke každé rovnici (26.1 – 26.3) řešení v oboru \mathbb{R} odpovídající množinu všech řešení (A–E).

$$26.1 \quad x^2 = -3x \quad 26.2 \quad \frac{9}{x} = x \quad 26.3 \quad \frac{9-x^2}{x-3} = 0$$

A) $\{-3; 3\}$ B) $\{-3; 0\}$ C) $\{0; 3\}$ D) $\{3\}$ E) $\{-3\}$

Řešení

26.1

$$x^2 = -3x$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -3$$

Správná odpověď je B.

26.2

$$\frac{9}{x} = x$$

$$\frac{9}{x} = x \quad / \cdot x$$

$$9 = x^2$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$

Podmínky: $x \neq 0$, řešení vyhovuje.

Správná odpověď je A.

26.3

$$\frac{9-x^2}{x-3} = 0 \quad / \cdot (x-3)$$

$$9-x^2 = 0$$

$$9 = x^2$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$

Podmínky: $x \neq 3$, vyhovuje pouze $x = -3$

Správná odpověď je E.

Výsledek: B, A, E, max. 3 body

Podzim 2016

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{1}{2x-4} + \frac{1-x}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Řešení

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{1-x}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1-x}{x(x-2)} = \frac{1}{2} \quad / \cdot 2x(x-2)$$

$$x + 2(1-x) = x(x-2)$$

$$x + 2 - 2x = x^2 - 2x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -1$$

Podmínky: $x \neq 0; x \neq 2$, vyhovuje pouze $x = -1$

Výsledek: $x = -1$ nebo $K = \{-1\}$, $x \neq 0, x \neq 2$ a postup řešení, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Sourozenci Adam, Bořek a Cyril spořili na společný dar. Bořek uspořil 11 000 korun a Cyril třetinu aritmetického průměru úspor Adama a Bořka. Všichni tři chlapi dohromady uspořili třikrát více než samotný Adam. Neznámý počet korun, které uspořil Adam, označte symbolem a .

15

15.1 Užitím rovnice s neznámou a vypočítejte, kolik korun uspořil Adam.

15.2 Vypočítejte kolik korun uspořil Cyril.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení obou částí úlohy a odpověď zapište celou větou.

Řešení

	uspořil	uspořil v Kč
Adam	a	7 000
Bořek	11 000	11 000
Cyřil	$\frac{a+11000}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1}} = \frac{a+11000}{6}$	3 000

Všichni tři chlapi dohromady uspořili třikrát více než samotný Adam:

$$a + 11000 + \frac{a+11000}{6} = 3a \quad / \cdot 6$$

$$6a + 66000 + a + 11000 = 18a$$

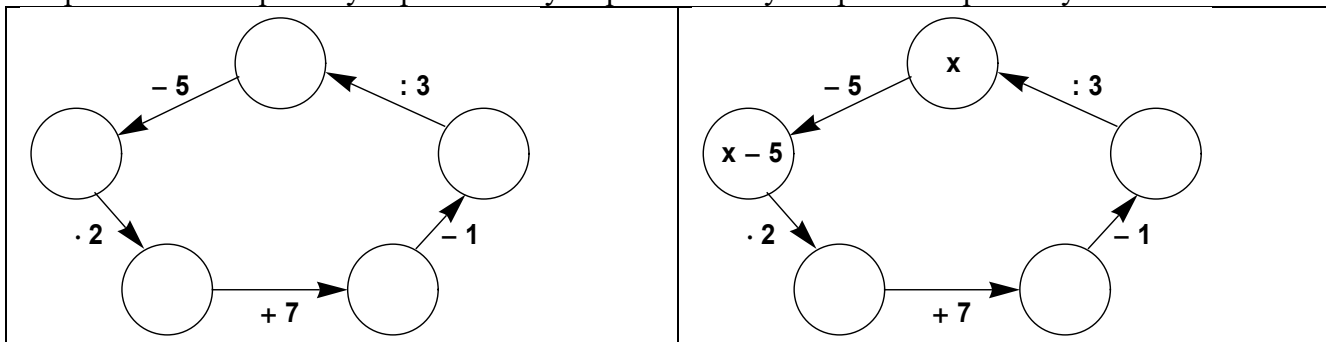
$$11a = 77000$$

$$a = 7000$$

Výsledek: Adam uspořil 7 000 Kč. Cyril uspořil 3 000 Kč, max. 3 body.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Po doplnění čísel do prázdných polí musí být zápis s uvedenými operacemi pravdivý.



Doplní-li se do jednoho prázdného pole neznámá x , pak lze rovnicí dopočítat číslo, které neznámá x představuje.

23 Která z následujících rovnic odpovídá naznačenému řešení na obrázku vpravo?

A) $(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$ B) $(x-5) \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$ C) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot (x+1)$

D) $x - 5 \cdot 2 + 7 = 3 \cdot x + 1$ E) žádná z uvedených

Řešení

$$\frac{(x-5) \cdot 2 + 7 - 1}{3} = x \quad / \cdot 3$$

$$(x-5) \cdot 2 + 7 - 1 = 3x$$

$$(x-5) \cdot 2 + 7 = 3x + 1$$

Výsledek: A, 2 body

Jaro 2016

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 2} - 1 = 0$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - 2} - 1 = 0 \quad / \cdot (2x^2 - 2)$$

$$2x^2 - x - 3 - 1(2x^2 - 2) = 0$$

$$2x^2 - x - 3 - 2x^2 + 2 = 0$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

Podmínky

$$2x^2 - 2 \neq 0$$

$$2(x^2 - 1) \neq 0 \quad / :2$$

$$(x+1)(x-1) \neq 0$$

$$x \neq 1; x \neq -1$$

Řešení nevyhovuje.

Výsledek: Rovnice nemá řešení nebo $K = \emptyset$ a postup řešení, max. 2 body

6 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{-2}{x-2} \leq 0$

Řešení

Nerovnici nelze násobit výrazem obsahujícím neznámou x – viz Nerovnice s neznámou ve jmenovateli

$$\frac{-2}{x-2} \leq 0$$

Zlomek má být záporný, proto znaménka čitatele i jmenovatele musí být opačná. Čítec je záporný, proto jmenovatel musí být kladný:

$$x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

Výsledek: $x \in (2; \infty)$ nebo $K = (2; \infty)$, 1 bod

7 Pro kladné veličiny a, b, c platí: $c = a - b \cdot \frac{c}{2}$. Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu c .

Řešení

$$c = a - b \cdot \frac{c}{2}$$

$$c = a - \frac{bc}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2c = 2a - bc$$

$$2c + bc = 2a$$

$$c(2+b) = 2a \quad / : (2+b)$$

$$c = \frac{2a}{2+b}$$

Výsledek: $c = \frac{2a}{b+2}$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Petr s Radkem si chtějí koupit stejnou knihu. Petrovi ke koupi knihy 250 korun chybí, Radkovi naopak 150 korun přebývá. Radek má třikrát více korun než Petr.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete cenu knihy.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

cena knihy x

Petr má Kč $x - 250$

Radek má $x + 150$

Radek má třikrát více korun než Petr:

$$x + 150 = 3 \cdot (x - 250)$$

$$x + 150 = 3x - 750$$

$$2x = 900$$

$$x = 450$$

Výsledek: Cena knihy je 450 Kč a postup řešení, max. 3 body

22 Je dána rovnice s neznámou $x \in R$: $\frac{1}{2x-1} = x$.

Do kterého intervalu patří oba kořeny rovnice?

A) $\langle -3, 4; -0, 6 \rangle$ B) $\langle -1, 2; 0, 6 \rangle$ C) $\langle -0, 9; 0, 9 \rangle$ D) $\langle -0, 6; 1, 2 \rangle$ E) do žádného z uvedených.

Řešení

$$\frac{1}{2x-1} = x \quad / \cdot (2x-1)$$

$$1 = x(2x-1)$$

$$1 = 2x^2 - x$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{2}$$

Podmínky: $2x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$, obě řešení vyhovují.

Výsledek: D, 2 body

Podzim 2015

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek.

Řešení

$$\frac{1}{3x} - \frac{2}{x+2} = \frac{x}{x+2} \quad / \cdot 3x(x+2)$$

$$x+2-6x=3x^2$$

$$3x^2+5x-2=0$$

$$D=b^2-4ac=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=49$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2\cdot 3}$$

$$x_1=\frac{1}{3}; x_2=-2$$

Podmínky: $3x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$; $x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$, vyhovuje pouze $x = \frac{1}{3}$

Výsledek: $x = \frac{1}{3}$ nebo $K = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$; $x \neq 0$; $x \neq -2$ a postup řešení, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Škola zakoupila dva druhy kalkulaček. Levnější kalkulačka stála 585 Kč a dražší 630 Kč. Za nákup 60 kalkulaček škola zaplatila celkem 35 910 Kč.

14 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik korun škola zaplatila za nákup levnějších kalkulaček.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	počet	kolik za ně škola zaplatila
levnější	x	$585 \cdot x$
dražší	$60 - x$	$630 \cdot (60 - x)$

$$585 \cdot x + 630 \cdot (60 - x) = 35910$$

$$585x + 37800 - 630x = 35910$$

$$-45x = -1890$$

$$x = 42$$

$$585 \cdot 42 = 24570$$

Výsledek: 24 570 Kč a postup řešení, max. 3 body

26 Přiřaďte ke každé nerovnici (26.1 – 26.3) řešené v oboru \mathbb{R} odpovídající množinu všech řešení (A–E).

$$26.1 \frac{3-x}{-2} < -1 \quad 26.2 \frac{2}{3-x} < 0 \quad 26.3 \frac{3-x}{x-3} > 0$$

A) \emptyset B) $(-\infty; 1)$ C) $(-\infty; 3)$ D) $(1; +\infty)$ E) $(3; +\infty)$

26.1

$$\frac{3-x}{-2} < -1 \quad / \cdot (-2)$$

$$3-x > 2$$

$$-x > -1 \quad / \cdot (-1)$$

$$x < 1$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

Správná odpověď je B.

26.2

$$\frac{2}{3-x} < 0$$

Nerovnici nelze násobit výrazem obsahujícím neznámou x – viz Nerovnice s neznámou ve jmenovateli
Zlomek má být záporný, proto znaménka čitatele i jmenovatele musí být opačná. Čítec je kladný, proto jmenovatel musí být záporný:

$$3 - x < 0$$

$$-x < -3 \quad / \cdot (-1)$$

$$x > 3$$

$$x \in (3; \infty)$$

Správná odpověď je E.

26.3

$$\frac{3-x}{x-3} > 0$$

$$\frac{-1(x-3)}{x-3} > 0$$

$$-1 > 0 \text{ neplatí}$$

Správná odpověď je A.

Výsledek: B, E, A, max. 3 body

Jaro 2015

5 V oboru \mathbb{R} řešte: $\frac{y-7}{4-y} - \frac{3-2y}{y-4} = 0$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Řešení

$$\frac{y-7}{4-y} - \frac{3-2y}{y-4} = 0$$

$$\frac{y-7}{4-y} - \frac{3-2y}{-1 \cdot (4-y)} = 0$$

$$\frac{y-7}{4-y} + \frac{3-2y}{4-y} = 0 \quad / \cdot (4-y)$$

$$y-7+3-2y=0$$

$$-y=4$$

$$y=-4$$

Podmínky: $y \neq 4$, řešení vyhovuje.

Výsledek: $y = -4$ nebo $K = \{-4\}$; $y \neq 4$, max. 2 body

11 Pro veličiny $a \in (0; 2)$, $b \in \mathbb{R}^+$ platí: $1 + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$. Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu a .

Řešení

$$1 + \frac{1}{b} = \frac{2}{ab} \quad / \cdot ab$$

$$ab + a = 2$$

$$a(b+1) = 2 \quad / : (b+1)$$

$$a = \frac{2}{b+1}$$

Výsledek: $a = \frac{2}{b+1}$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Čajové směsi jsou namíchané ze dvou druhů čaje. Ve standardní čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 3 a 40gramové balení této směsi se prodává za 42 Kč. Ve výběrové čajové směsi jsou hmotnosti obou druhů čaje v poměru 1 : 1 a 50gramové balení této směsi se prodává za 60 Kč.

15 Vypočtete cenu 10 gramů dražšího druhu čaje.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	cena za 10 gramů
dražší	x
levnější	y

$$x + 3y = 42 \Rightarrow x = 42 - 3y$$

$$2,5x + 2,5y = 60$$

$$2,5 \cdot (42 - 3y) + 2,5y = 60$$

$$105 - 7,5y + 2,5y = 60$$

$$y = 9$$

$$x = 42 - 3 \cdot 9 = 15$$

Výsledek: 10 gramů dražšího druhu čaje stojí 15 Kč, max. 3 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

V oboru \mathbb{R} jsou dány rovnice:

$$\text{I: } 2x^2 - 4 = -4x \quad \text{II: } (2x - 1)^2 = 0 \quad \text{III: } x^2 - 1 = -(x^2 - 1)$$

18 Která z uvedených rovnic nemá řešení?

A) I a II B) II a III C) pouze I D) pouze III E) Všechny tři rovnice mají řešení

Řešení

$$\text{I: } 2x^2 - 4 = -4x$$

$$2x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 48$$

$D > 0 \Rightarrow$ rovnice má dvě řešení

$$\text{II: } (2x - 1)^2 = 0$$

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\text{III: } x^2 - 1 = -(x^2 - 1)$$

$$x^2 - 1 = -x^2 + 1$$

$$2x^2 = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1 ; x_2 = -1$$

Všechny tři rovnice mají řešení.

Výsledek: E, 2 body

Ilustrační 2015

5 V R^2 řešte soustavu rovnic:

$$1 - 2x = 1$$

$$\frac{5}{1-y} - \frac{6}{2x+1} = 0$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Řešení

Z první rovnice vyplývá:

$$-2x = 0$$

$$x = 0$$

Dosadíme do druhé rovnice

$$\frac{5}{1-y} - \frac{6}{2 \cdot 0 + 1} = 0$$

$$\frac{5}{1-y} - 6 = 0 \quad / \cdot (1-y)$$

$$5 - 6(1-y) = 0$$

$$5 - 6 + 6y = 0$$

$$y = \frac{1}{6}$$

Podmínky:

$$1 - y \neq 0 \quad 2x + 1 \neq 0$$

$$y \neq 1 \quad x \neq -\frac{1}{2} \quad \text{řešení vyhovuje}$$

Výsledek: $x = 0$; $y = \frac{1}{6}$ nebo $K = \left\{ \left[0; \frac{1}{6} \right] \right\}$, $x \neq -\frac{1}{2}; y \neq 1$, max. 3 body

6 V oboru R řešte rovnici: $1 = \frac{(2x-3)^2}{12x+9}$

Řešení

$$1 = \frac{(2x-3)^2}{12x+9} \quad / \cdot (12x+9)$$

$$12x+9 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$4x^2 - 24x = 0$$

$$x(4x - 24) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad 4x - 24 = 0$$

$$x_2 = 6$$

Podmínky: $12x+9 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{9}{12} \Rightarrow x \neq -\frac{3}{4}$, řešení vyhovuje.

Výsledek: $x_1 = 0$; $x_2 = 6$ nebo $K = \{0; 6\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Janek nasbírání za 45 minut půl kbelíku malin, Eva nasbírání za hodinu celý kbelík.

8 Vypočítejte, kolik minut by trvalo naplnění jednoho kbelíku, kdyby obě děti pracovaly společně.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	za jak dlouho udělá celou práci v min	část práce za 1 min	jak dlouho pracoval v min	jakou část celkové práce udělal
Janek	90	$\frac{1}{90}$	x	$\frac{1}{90}x$
Eva	60	$\frac{1}{60}$	x	$\frac{1}{60}x$

$$\frac{x}{90} + \frac{x}{60} = 1$$

$$x = 36$$

Výsledek: Naplnění jednoho kbelíku by trvalo 36 minut., max. 3 body

9 Určete všechny hodnoty $x \in R$, které vyhovují nerovnici: $\frac{3-2x}{-2} < x$

Řešení

$$\frac{3-2x}{-2} < x \quad / \cdot (-2)$$

$$3-2x > -2x$$

$3 > 0$ platí pro všechny čísla

$$x \in (-\infty; \infty)$$

Výsledek: $x \in (-\infty; \infty)$ nebo $K = R$, 1 bod

Podzim 2014

5 Stanovte podmínky a v oboru R řešte: $\frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 3} = 0$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$\frac{3x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 3} = 0 \quad / \cdot (3x^2 - 3)$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3}$$

$$x_1 = -\frac{2}{3}; x_2 = -1$$

Podmínky: $3x^2 - 3 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 1$ a $x \neq -1$, vyhovuje pouze $x = -\frac{2}{3}$

Výsledek: $x = -\frac{2}{3}$ nebo $K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$, $x \neq -1; x \neq 1$, max. 3 body

6 Pro $x \in R; y \in R \setminus \{0\}$ řešte:

$$\frac{x+1}{y} = 4$$

$$2x - 4y = -6$$

Řešení

$$\frac{x+1}{y} = 4 \quad / \cdot y$$

$$2x - 4y = -6$$

$$x + 1 = 4y$$

$$2x - 4y = -6$$

$$x - 4y = -1 \quad / \cdot (-1)$$

$$2x - 4y = -6$$

$$\hline -x + 4y = 1$$

$$2x - 4y = -6$$

$$x = -5$$

$$x + 1 = 4y$$

$$-5 + 1 = 4y$$

$$y = -1$$

Podmínky: $y \neq 0$, řešení vyhovuje

Výsledek: $x = -5; y = -1$ nebo $K = \{[-5; -1]\}$, max. 2 body

7 Platí: $3 - ab = 2a + b$. Vypočtěte hodnotu a pro $b = \frac{1}{2}$.

Řešení

$$3 - ab = 2a + b, \quad b = \frac{1}{2}$$

$$3 - \frac{1}{2}a = 2a + \frac{1}{2} \quad / \cdot 2$$

$$6 - a = 4a + 1$$

$$5 = 5a$$

$$a = 1$$

Výsledek: $a = 1$, 1 bod

Jaro 2014

5 V oboru R řešte: $\frac{1}{x^2 - x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1}$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení včetně stanovení podmínek nebo zkoušky.

Řešení

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{x(x-1)} = \frac{3}{2x} - \frac{1}{x-1} \quad / \cdot 2x(x-1)$$

$$2 = 3(x-1) - 2x$$

$$2 = 3x - 3 - 2x$$

$$x = 5$$

Podmínky: $x \neq 0$; $x \neq 1$, řešení vyhovuje.

Výsledek: $x = 5$ nebo $K = \{5\}$, $x \neq 0; x \neq 1$ $L = P = \frac{1}{20}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Petr dokáže udělat celou práci sám za 6 hodin. Martin dokáže udělat stejnou práci sám za 8 hodin. Ve skutečnosti pracoval nejdříve Petr a potom ho vystřídal Martin. Celou práci tak zvládli za 6,5 hodiny. (Žádný z chlapců neměnil své pracovní tempo a střídání chlapců proběhlo bez časové prodlevy.)

14 Vypočítejte, jak dlouho pracoval Petr, než ho vystřídal Martin.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	za jak dlouho udělá celou práci v h	část práce za 1 h	jak dlouho pracoval	jakou část celkové práce udělal
Petr	6	$\frac{1}{6}$	x	$\frac{1}{6}x$
Martin	8	$\frac{1}{8}$	$6,5 - x$	$\frac{1}{8}(6,5 - x)$

$$\frac{x}{6} + \frac{6,5 - x}{8} = 1$$

$$x = 4,5$$

Výsledek: Petr pracoval 4,5 hodiny, max. 3 body

25 Přiřaďte každé soustavě rovnic (25.1 – 25.4), kde $x \in R; y \in R$, množinu všech řešení (A – F) dané soustavy.

$$25.1 \quad \begin{cases} 2x = 0 \\ 2y - 4 = 2(y - 2) \end{cases} \quad 25.2 \quad \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \quad 25.3 \quad \begin{cases} -x + 2y - 1 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \quad 25.4 \quad \begin{cases} x = y + 2 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

A) \emptyset B) $\{[2; 0]\}$ C) $\{[0; 2]\}$ D) $\{[0; -2]\}$ E) $\{[0; y], y \in R\}$ F) jiná množina

Řešení

25.1

$$2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2y - 4 = 2(y - 2)$$

$$2y - 4 = 2y - 4 \Rightarrow \text{platí pro jakékoliv } y, \text{ tzn. } y \in R$$

Správná odpověď je E.

25.2

$$x - 2y = 4 \quad / \cdot (-2)$$

$$\underline{2x - y = 2}$$

$$-2x + 4y = -8$$

$$\underline{2x - y = 2}$$

$$3y = -6$$

$$y = -2$$

$$x - 2y = 4$$

$$x - 2 \cdot (-2) = 4$$

$$x = 0$$

Správná odpověď je D.

25.3

$$-x + 2y - 1 = 0$$

$$\underline{x - 2y = 0}$$

$$-1 = 0$$

Správná odpověď je A.

25.4

$$x = y + 2$$

$$\underline{y = x - 2}$$

$$x - y = 2$$

$$\underline{-x + y = -2}$$

$$0 = 0$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení, správná odpověď je F.

Výsledek: E, D, A, F, max. 4 body

Ilustrační 2014

5 V oboru R řešte rovnici: $\frac{x-1}{3} - 3 = \frac{3x}{6} - x$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení a správnost řešení ověřte zkouškou.

Řešení

$$\frac{x-1}{3} - 3 = \frac{3x}{6} - x \quad / \cdot 6$$

$$2(x-1) - 18 = 3x - 6x$$

$$2x - 2 - 18 = -3x$$

$$x = 4$$

Zkouška

$$L(4) = \frac{4-1}{3} - 3 = -2$$

$$P(4) = \frac{3 \cdot 4}{6} - 4 = -2$$

Výsledek: $x = 4$ nebo $K = \{4\}$, **zkouška:** $L(4) = P(4) = -2$, **max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

V Kocourkově se jedenkrát ročně plní městská sýpka. Pracovité kočky by sýpku naplnily samy za 2 hodiny, ale kocourům by stejná práce trvala 5 hodin. Myšky zlodějky umí plnou sýpku vyprázdnit za 10 hodin. (Veškeré činnosti se provádějí rovnoměrným tempem.)

Letos se do plnění prázdné sýpky pustili nejprve samotní kocouři. Po hodině práce jim přišly pomoci kočky, ale současně s nimi začaly sýpku vykrádat myšky. Všichni pak pokračovali až do okamžiku, kdy byla sýpka plná.

15

15.1 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtete, za jak dlouho byla sýpka plná.

15.2 Zapište zlomkem, jakou část sýpky myšky rozkradly.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	za jak dlouho udělá celou práci v h	část práce za 1 h	jak dlouho pracoval	jakou část celkové práce udělal
kočky	2	$\frac{1}{2}$	$x-1$	$\frac{x-1}{2}$
kocouři	5	$\frac{1}{5}$	x	$\frac{x}{5}$
myšky	10	$\frac{1}{10}$	$x-1$	$\frac{x-1}{10}$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x}{5} - \frac{x-1}{10} = 1 \quad / \cdot 10$$

$$5(x-1) + 2x - 1 \cdot (x-1) = 10$$

$$5x - 5 + 2x - x + 1 = 10$$

$$x = \frac{14}{6}$$

$$x = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{x-1}{10}, x = \frac{14}{6} : \frac{\frac{14}{6} - 1}{10} = \frac{2}{15}$$

Výsledek: Sýpka byla plná za 2 h 20 minut, 3 body, myšky rozkradly $\frac{2}{15}$, 1 bod

25 Přiřaďte každé úloze (25.1 – 25.4) s neznámou $x \in R$ odpovídající řešení (A – F).

$$25.1 \frac{(x-2)^2}{2-x} = 0 \quad 25.2 \frac{2-x}{2} \leq 0 \quad 25.3 -2 \cdot (x-2) \geq 0 \quad 25.4 (x-2) \cdot (2-2) \leq 0$$

A) \emptyset B) **R** C) $\{2\}$ D) $\langle 2; \infty$ E) $(-\infty; 2)$ F) jiné řešení

Řešení

25.1

$$\frac{(x-2)^2}{2-x} = 0 \quad / \cdot (2-x)$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

Podmínky: $x \neq 2$, řešení nevyhovuje, rovnice nemá řešení.

Správná odpověď je A.

25.2

$$\frac{2-x}{2} \leq 0 \quad / \cdot 2$$

$$2-x \leq 0$$

$$-x \leq -2 \quad / \cdot (-1)$$

$$x \geq 2$$

$$x \in \langle 2; \infty$$

Správná odpověď je D.

25.3

$$-2 \cdot (x-2) \geq 0$$

$$-2x + 4 \geq 0$$

$$-2x \geq -4 \quad / : (-2)$$

$$x \leq 2$$

$$x \in (-\infty; 2)$$

Správná odpověď je E.

25.4

$$(x-2) \cdot (2-2) \leq 0$$

$$(x-2) \cdot 0 \leq 0$$

$$0 \leq 0$$

$$x \in (-\infty; \infty) \quad \text{nebo} \quad x \in R$$

Správná odpověď je B.

Výsledek: A, D, E, B, max. 4 body

Podzim 2013

5 V oboru R řešte: $2 \cdot \frac{3y}{5} = \frac{2y-3}{2} + 1$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

$$2 \cdot \frac{3y}{5} = \frac{2y-3}{2} + 1$$

$$\frac{6y}{5} = \frac{2y-3}{2} + 1 \quad / \cdot 10$$

$$12y = 5(2y-3) + 10$$

$$12y = 10y - 15 + 10$$

$$y = -\frac{5}{2}$$

Výsledek: $y = -\frac{5}{2}$ nebo $K = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$, max. 2 body

10 V oboru R řešte: $\frac{x}{2} = 1 + \frac{4}{x}$

Řešení

$$\frac{x}{2} = 1 + \frac{4}{x} \quad / \cdot 2x$$

$$x^2 = 2x + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 4; x_2 = -2$$

Podmínky: $x \neq 0$, řešení vyhovuje

Výsledek: $x_1 = 4; x_2 = -2$ nebo $K = \{-2; 4\}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Mošt se prodává v 5litrových a 2litrových lahvích. Pan Suchánek si koupil celkem 216 litrů moštu v 60 lahvích. (Všechny zakoupené lahve byly plné.)

15 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočítejte, kolik litrů moštu si koupil pan Suchánek v 5litrových lahvích.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení

	počet lahví	počet litrů
5 l	x	$5x$
2 l	$60 - x$	$2(60 - x)$

$$5x + 2(60 - x) = 216$$

$$5x + 120 - 2x = 216$$

$$x = 32$$

$$32 \cdot 5 = 160$$

Výsledek: 160 litrů, max. 3 body

26 Přiřaďte ke každému vztahu (26.1 – 26.3) odpovídající vyjádření veličiny a (A – F), kde $a, b \in R$.

26.1 $b - 2a = 1 - 3a$ 26.2 $2a - b = b - 2$ 26.3 $\frac{2a - b}{2} = a + 1$

A) $a = b - 1$ B) $a = b + 1$ C) $a = 1 - b$ D) $a = b + 2$ E) Žádné z uvedených vyjádření nevyhovuje

Řešení

26.1

$$b - 2a = 1 - 3a$$

$$3a - 2a = 1 - b$$

$$a = 1 - b$$

Správná odpověď je C.

26.2

$$2a - b = b - 2$$

$$2a = 2b - 2$$

$$a = \frac{2b - 2}{2}$$

$$a = \frac{2(b - 1)}{2}$$

$$a = b - 1$$

Správná odpověď je A.

26.3

$$\frac{2a - b}{2} = a + 1 \quad | \cdot 2$$

$$2a - b = 2a + 2$$

$$-b = 2$$

a může být jakékoliv

Správná odpověď je E.

Výsledek: C, A, E, max. 3 body

Jaro 2013

5 V oboru R řešte: $\frac{x-1}{2} - 3\frac{x+1}{6} < x$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$\frac{x-1}{2} - 3\frac{x+1}{6} < x$$

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3(x+1)}{6} < x \quad / \cdot 12$$

$$6(x-1) - 2 \cdot 3 \cdot (x+1) < 12x$$

$$6x - 6 - 6x - 6 < 12x$$

$$-12x < 12 \quad / : (-12)$$

$$x > -1$$

Výsledek: $x > -1$, resp. $x \in (-1; \infty)$, **max. 2 body**

6 V oboru R řešte: $3x(x+1) = 9x^2$

Řešení

$$3x(x+1) = 9x^2$$

$$3x^2 + 3x = 9x^2$$

$$6x^2 - 3x = 0$$

$$x(6x-3) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad 6x - 3 = 0$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

Výsledek: $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{1}{2}$ nebo $K = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$, **1 bod****VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14**

Žákovský oddíl karate má dvakrát více chlapců než dívek. Na závody se má sestavit jedno družstvo dívek a stejně početné družstvo chlapců. Do chlapeckého družstva se nedostane 12 hochů, naopak k sestavení kompletního dívčího družstva 1 děvče chybí.

14 Kolik členů je v žákovském oddílu karate?**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.****Řešení**

dívek	x
-------	-----

chlapců	$2x$
---------	------

$$2x - 12 = x + 1$$

$$x = 13$$

dívek	13
-------	----

chlapců	26
---------	----

Výsledek: V žákovském oddílu karate je 39 členů, **max. 3 body**

19 Pro $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$ a $n \in \mathbb{N}$ je dán vztah $n = \frac{5}{x-3}$. Které z následujících tvrzení platí?

A) $x = \frac{5n-3}{n}$ B) $x = \frac{5}{n+3}$ C) $x = \frac{n-3}{5}$ D) $x = \frac{5}{n} + 3$ E) $x = \frac{5}{n} - 3$

Řešení

$$n = \frac{5}{x-3} \quad / \cdot (x-3)$$

$$n(x-3) = 5$$

$$nx - 3n = 5$$

$$nx = 5 + 3n \quad / : n$$

$$x = \frac{5 + 3n}{n}$$

$$x = \frac{5}{n} + \frac{3n}{n}$$

$$x = \frac{5}{n} + 3$$

Výsledek: D, 2 body

Ilustrační 2013**4 Zapište intervalem množinu všech $x \in R$, pro něž platí současně dvě podmínky:**

$$2x + 4 > 0$$

$$\frac{3-x}{2} \geq 0$$

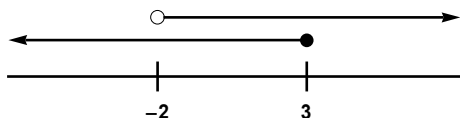
V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.**Řešení**

$$2x + 4 > 0 \quad \frac{3-x}{2} \geq 0 \quad / \cdot 2$$

$$2x > -4 \quad / : 2 \quad 3 - x \geq 0$$

$$x > -2 \quad -x \geq -3 \quad / \cdot (-1)$$

$$x \leq 3$$

**Výsledek: $x \in (-2; 3]$ a postup řešení, max. 2 body****7** Jedním z kořenů kvadratické rovnice $(x-2) + (x+2)(x-2) = 0$ je $x = 2$.**Vypočtete druhý kořen.****Řešení**

$$(x-2) + (x+2)(x-2) = 0$$

$$x-2 + x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 2 ; x_2 = -3$$

Výsledek: Druhý kořen je $x_2 = -3$, 1 bod**VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14**

Součet dvou přirozených čísel je o 50 % větší než jejich rozdíl. Menší z obou čísel je 15.

14 Určete větší z obou čísel.**V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.****Řešení** x větší z obou čísel

$$x + 15 = 1,5(x - 15)$$

$$x + 15 = 1,5x - 22,5$$

$$x = 75$$

Výsledek: 75, max. 3 body

17 Který z uvedených vztahů je odvozen ze vzorce $v = \frac{2s}{t_1 + t_2}$?

A) $s = \frac{2v}{t_1 + t_2}$

B) $s = \frac{2(t_1 + t_2)}{v}$

C) $s = \frac{v(t_1 + t_2)}{2}$

D) $s = \frac{t_1 + t_2}{2v}$

E) $\frac{v}{2(t_1 + t_2)}$

Řešení

$$v = \frac{2s}{t_1 + t_2} \quad / \cdot (t_1 + t_2)$$

$$v \cdot (t_1 + t_2) = 2s \quad / : 2$$

$$s = \frac{v \cdot (t_1 + t_2)}{2}$$

Výsledek: C, 2 body
