

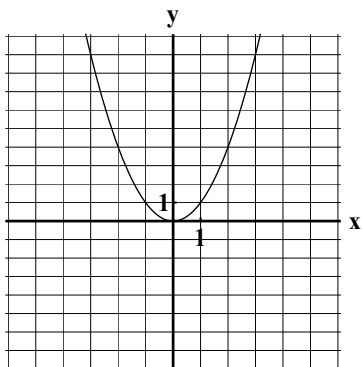
## Grafy kvadratických funkcí

A) Funkční rovnice typu  $y = ax^2$

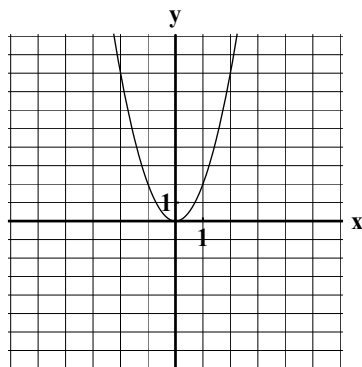
Vrchol paraboly je v bodě  $[0;0]$

Příklady

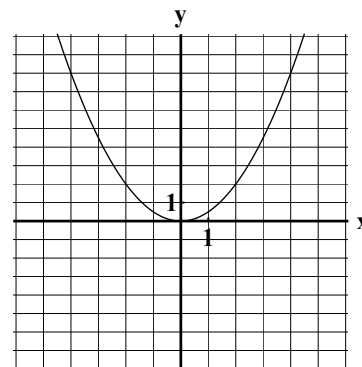
1)  $y = x^2$



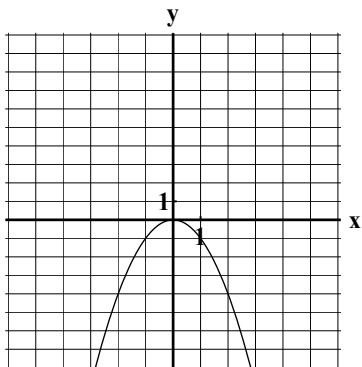
2)  $y = 2x^2$



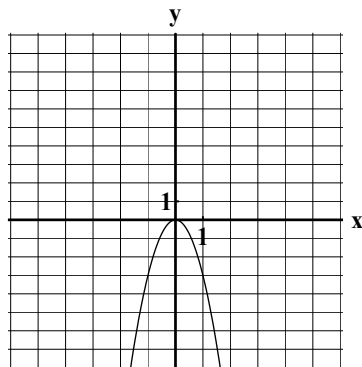
3)  $y = 0,5x^2$



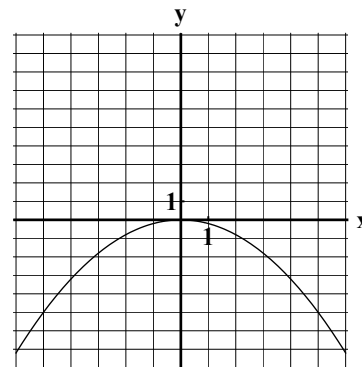
4)  $y = -x^2$



5)  $y = -3x^2$



6)  $y = -0,2x^2$



**B) Funkční rovnice typu  $y = ax^2 + c$**

Vrchol paraboly je v bodě  $[0; c]$ , tj. na ose  $y$  posunutý do  $c$ .

**Příklady**

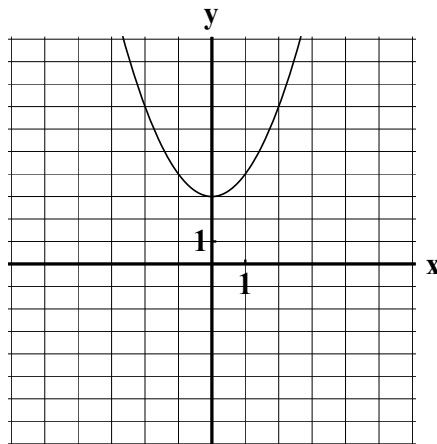
1)  $y = x^2 + 3$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

$$0 = x^2 + 3$$

$$x^2 = -3$$

Průsečíky neexistují.



2)  $y = x^2 - 2$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

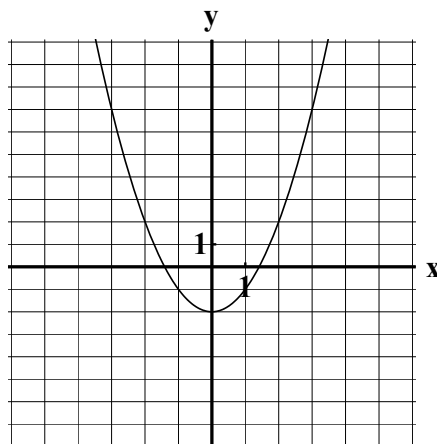
$$0 = x^2 - 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$$

Průsečíky s osou  $x$  jsou body o souřadnicích

$$[\sqrt{2}; 0] \text{ a } [-\sqrt{2}; 0].$$



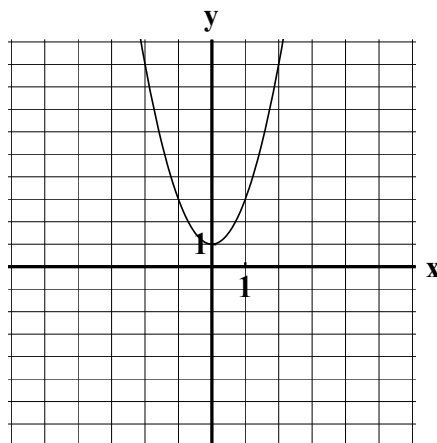
3)  $y = 2x^2 + 1$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

$$0 = 2x^2 + 1$$

$$x^2 = -\frac{1}{2}$$

Průsečíky neexistují.



4)  $y = -x^2 + 2$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

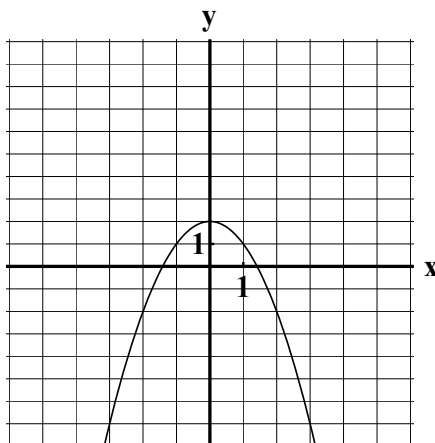
$$0 = -x^2 + 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$$

Průsečíky s osou  $x$  jsou body o souřadnicích

$$[\sqrt{2}; 0] \text{ a } [-\sqrt{2}; 0].$$



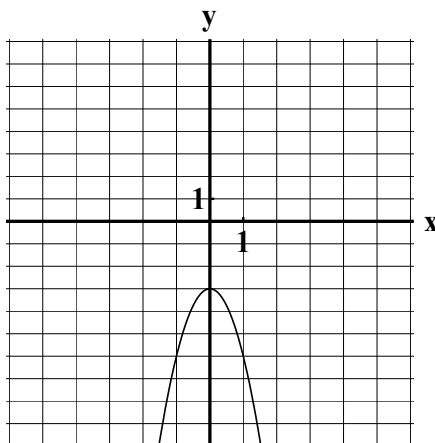
5)  $y = -3x^2 - 3$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

$$0 = -3x^2 - 3$$

$$x^2 = -1$$

Průsečíky neexistují.



6)  $y = -0,5x^2 + 4$

Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

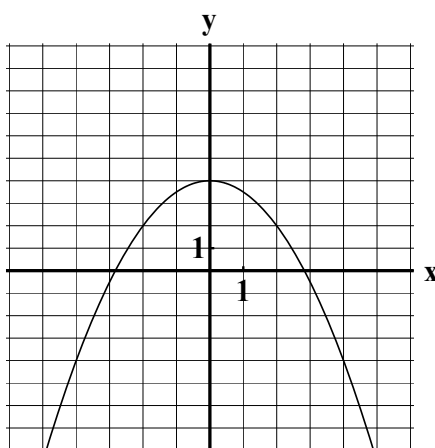
$$0 = -0,5x^2 + 4$$

$$x^2 = 8$$

$$x_1 = \sqrt{8}; x_2 = -\sqrt{8}$$

Průsečíky s osou  $x$  jsou body o souřadnicích

$$[\sqrt{8}; 0] \text{ a } [-\sqrt{8}; 0].$$



### C) Funkční rovnice typu $y = ax^2 + bx$

#### Příklady

1)  $y = 2x^2 - 4x$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$0 = 2x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2; x_0 = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 = -2$$

$$V = [1; -2]$$

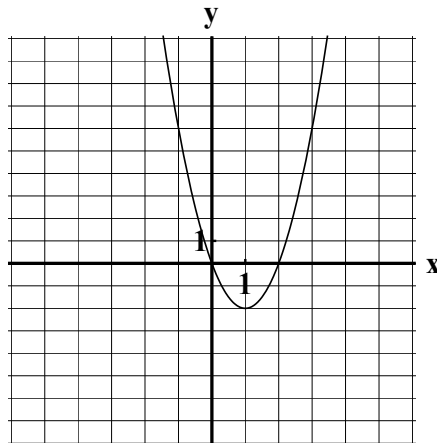
Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

$$0 = 2x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0, x_2 = 2$$

Průsečíky s osou  $x$  jsou body o souřadnicích  $[0; 0]$  a  $[2; 0]$ .



2)  $y = -x^2 + 3x$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$0 = -x^2 + 3x$$

$$0 = x \cdot (-x + 3)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 3; x_0 = 1,5$$

$$y_0 = -(1,5)^2 + 3 \cdot 1,5 = 2,25$$

$$V = [1,5; 2,25]$$

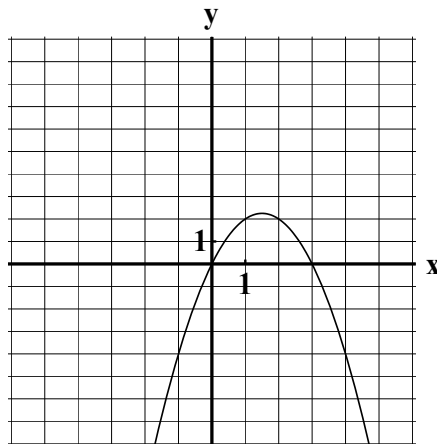
Výpočet průsečíků s osou  $x$ :

$$0 = -x^2 + 3x$$

$$0 = x \cdot (-x + 3)$$

$$x_1 = 0, x_2 = 3$$

Průsečíky s osou  $x$  jsou body o souřadnicích  $[0; 0]$  a  $[3; 0]$ .



3)  $y = 2x^2 - 3x$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$0 = 2x^2 - 3x$$

$$0 = x \cdot (2x - 3)$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{3}{2}; x_0 = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$y_0 = 2 \cdot 0,75^2 - 3 \cdot 0,75 = -1,125$$

$$V = [0,75; -1,125]$$

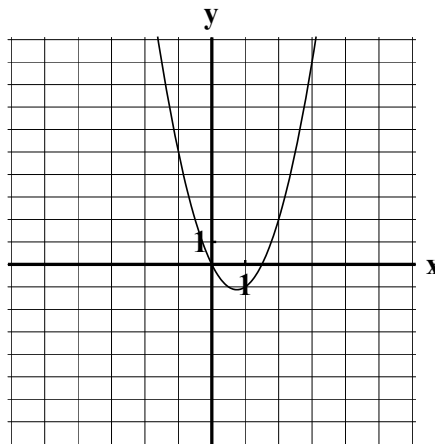
Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = 2x^2 - 3x$$

$$0 = x \cdot (2x - 3)$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$$

Průsečíky s osou x jsou body o souřadnicích  $[0;0]$  a  $[\frac{3}{2};0]$ .



4)  $y = -3x^2 - 2x$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$0 = -3x^2 - 2x$$

$$0 = x \cdot (-3x - 2)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -\frac{2}{3}; x_0 = -\frac{1}{3}$$

$$y_0 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$V = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$$

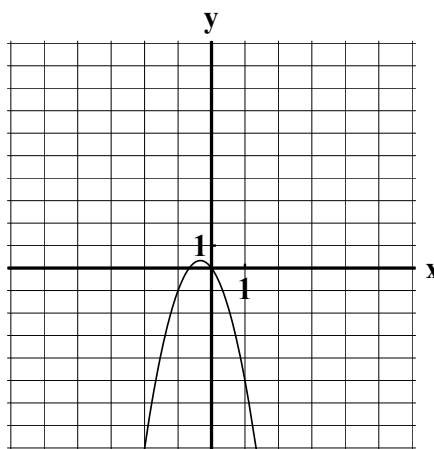
Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = -3x^2 - 2x$$

$$0 = x \cdot (-3x - 2)$$

$$x_1 = 0, x_2 = -\frac{2}{3}$$

Průsečíky s osou x jsou body o souřadnicích  $[0;0]$  a  $[-\frac{2}{3};0]$ .



## D) Funkční rovnice typu $y = ax^2 + bx + c$

### Příklady

1)  $y = x^2 - 4x + 3$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$3 = x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

$$x_0 = 2$$

$$y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

$$V = [2; -1]$$

Výpočet průsečíků s osou x:

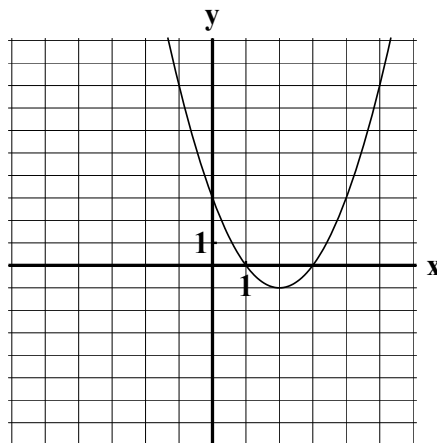
$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = 1$$

Průsečíky s osou x jsou body o souřadnicích  $[1; 0]$  a  $[3; 0]$ .



2)  $y = x^2 - 4x + 4$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$4 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 4) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

$$x_0 = 2$$

$$y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0$$

$$V = [2; 0]$$

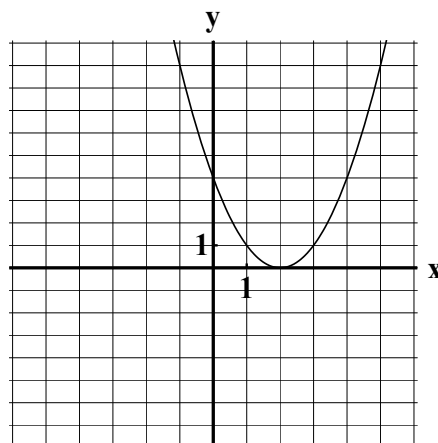
Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = x^2 - 4x + 4$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 0$$

Parabola se dotýká osy x v bodě  $[2; 0]$



3)  $y = x^2 + 2x + 2$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$2 = x^2 + 2x + 2$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x \cdot (x + 2) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 2 = 1$$

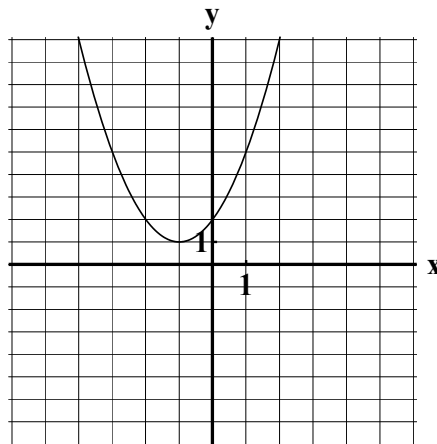
$$V = [-1; 1]$$

Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = x^2 + 2x + 2$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$$

Parabola neprotíná osu  $x$ .



4)  $y = -x^2 - 2x - 4$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$-4 = -x^2 - 2x - 4$$

$$-x^2 - 2x = 0$$

$$x \cdot (-x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 4 = -3$$

$$V = [-1; -3]$$

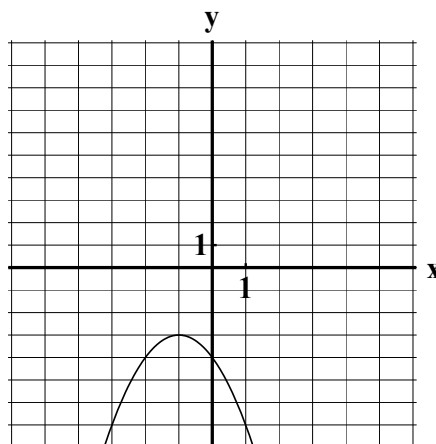
Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = -x^2 - 2x - 4$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = -12$$

Parabola neprotíná osu  $x$ .



$$5) \quad y = -2x^2 + 4x + 1$$

Výpočet souřadnic vrcholu:

$$1 = -2x^2 + 4x + 1$$

$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$x \cdot (-2x + 4) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

$$x_0 = 1$$

$$y_0 = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$V = [1; 3]$$

Výpočet průsečíků s osou x:

$$0 = -2x^2 + 4x + 1$$

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 24$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \doteq -0,22,$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \doteq 2,22$$

Průsečíky s osou x jsou body o souřadnicích

$$[-0,22; 0] \text{ a } [2,22; 0].$$

