

Kvadratická funkce – řešené příklady

Zadání

- 1) Je dána funkce $y = x^2 - 5$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .
- 2) Je dána funkce $y = 2x^2 - 4x$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .
- 3) Je dána funkce $y = x^2 + 2x - 3$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .
- 4) Je dána funkce $y = -x^2 + 4x - 4$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .
- 5) Je dána funkce $y = -2x^2 - 4x + 2$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .
- 6) Je dána funkce $y = 5x^2 - 3x + 2$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Řešení

- 1) Je dána funkce $y = x^2 - 5$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

Funkční rovnice je typu $y = ax^2 + c$, proto vrchol má souřadnice $V[0; -5]$.

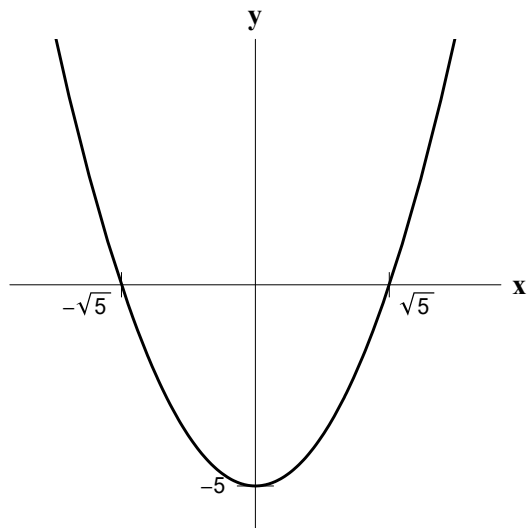
Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

$$0 = x^2 - 5$$

$$x^2 = 5$$

$$x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}$$

Graf protíná osu x ve dvou bodech $[\sqrt{5}; 0]$ a $[-\sqrt{5}; 0]$.



- 2) Je dána funkce $y = 2x^2 - 4x$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = 2x^2 - 4x$$

$$0 = 2x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

$$x_0 = 1$$

$$y_0 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 = -2$$

Souřadnice vrcholu jsou $V[1; -2]$.

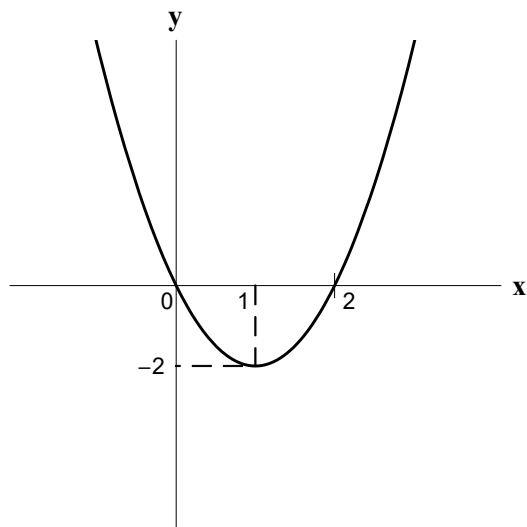
Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

$$0 = 2x^2 - 4x$$

$$0 = x \cdot (2x - 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

Graf protíná osu x ve dvou bodech $[0;0]$ a $[2;0]$.



- 3) Je dána funkce $y = x^2 + 2x - 3$. Náčrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$-3 = x^2 + 2x - 3$$

$$0 = x \cdot (x + 2)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 3 = -4$$

Souřadnice vrcholu jsou $V[-1; -4]$.

Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

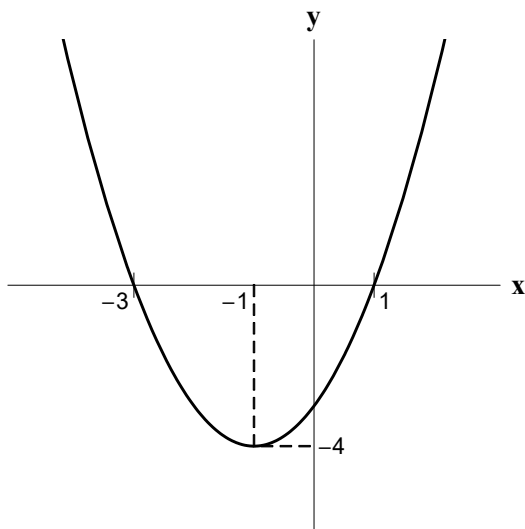
$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

$$x_1 = 1; x_2 = -3$$

Graf protíná osu x ve dvou bodech $[1; 0]$ a $[-3; 0]$.



- 4) Je dána funkce $y = -x^2 + 4x - 4$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = -x^2 + 4x - 4$$

$$-4 = -x^2 + 4x - 4$$

$$0 = x \cdot (-x + 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4$$

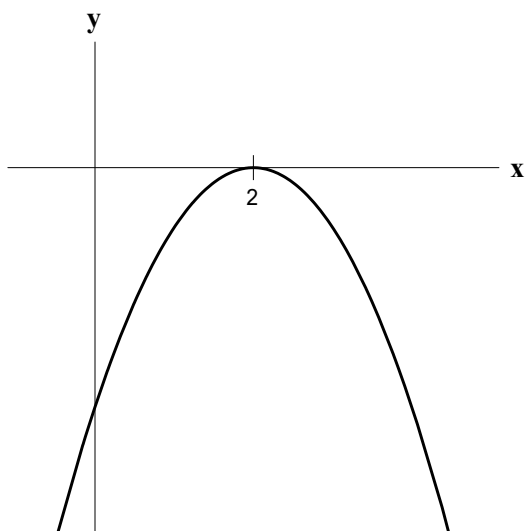
$$x_0 = 2$$

$$y_0 = -2^2 + 4 \cdot 2 - 4 = 0$$

Souřadnice vrcholu jsou $V[2;0]$.

Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

Protože vrchol paraboly $V[2;0]$ leží na ose, pak je to současně bod dotyku grafu s osou x .



- 5) Je dána funkce $y = -2x^2 - 4x + 2$. Náčrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = -2x^2 - 4x + 2$$

$$2 = -2x^2 - 4x + 2$$

$$0 = x \cdot (-2x - 4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = -2$$

$$x_0 = -1$$

$$y_0 = (-2)(-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 2 = 4$$

Souřadnice vrcholu jsou $V[-1; 4]$.

Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

$$0 = -2x^2 - 4x + 2$$

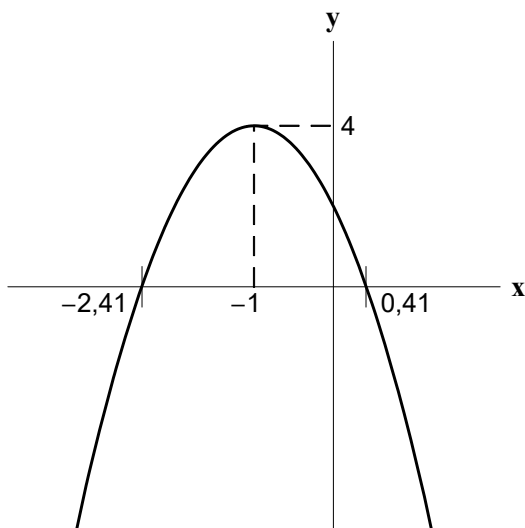
$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 32$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{32}}{2 \cdot (-2)} = -2,41$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{32}}{2 \cdot (-2)} = 0,41$$

$$x_1 = -2,41; x_2 = 0,41$$

Graf protíná osu x ve dvou bodech $[-2,41; 0]$ a $[0,41; 0]$.



- 6) Je dána funkce $y = 5x^2 - 3x + 2$. Načrtněte graf funkce, vyznačte v něm souřadnice vrcholu a průsečíky s osou x .

Výpočet souřadnic vrcholu

$$y = 5x^2 - 3x + 2$$

$$2 = 5x^2 - 3x + 2$$

$$0 = x \cdot (5x - 3)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 0,6$$

$$x_0 = 0,3$$

$$y_0 = 5 \cdot 0,3^2 - 3 \cdot 0,3 + 2 = 1,55$$

Souřadnice vrcholu jsou $V[0,3;1,55]$.

Výpočet souřadnic průsečíků grafu s osou x

$$0 = 5x^2 - 3x + 2$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -31$$

Diskriminant je záporný, graf neprotíná osu x .

