

Funkce

Podzim 2024

7 Předpis funkce f , definované pro všechna $x \in R$, je

$$y = 5^{x-1} - 5^{x-2}$$

Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota funkce f rovna 20.

Do záznamového archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x = 3$, max. 2 body

8 Předpis funkce f , definované pro všechna přípustná $x \in R$, je

$$y = \log_4(2x+1)$$

8.1 Určete definiční obor funkce f . Zapište ho pomocí intervalu.

8.2 Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota funkce f rovna $-\frac{1}{2}$.

Výsledek: 8.1 $(-\frac{1}{2}; \infty)$, 8.2 $x = -\frac{1}{4}$, max. 2 body

9 Předpis kvadratické funkce g pro všechna $x \in R$ je

$$y = x^2 - 2x - 2$$

Určete kartézské souřadnice vrcholu paraboly, která je grafem funkce g .

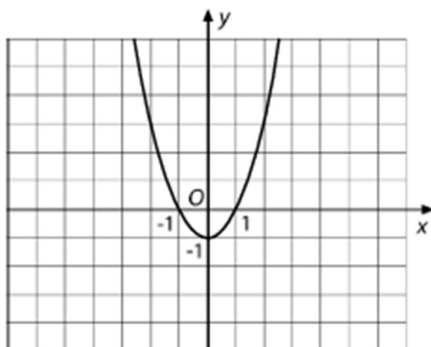
Výsledek: $V = [1; -3]$, 1 bod

20 Předpis funkce f pro všechna x z definičního oboru této funkce je

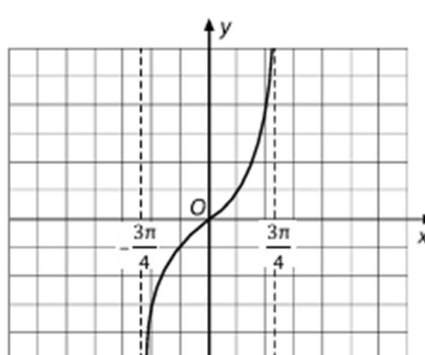
$$y = -x^2 - \operatorname{tg} \frac{3}{4} \pi$$

Který z následujících obrázků (A–E) je grafem funkce f v kartézské soustavě souřadnic Oxy ?

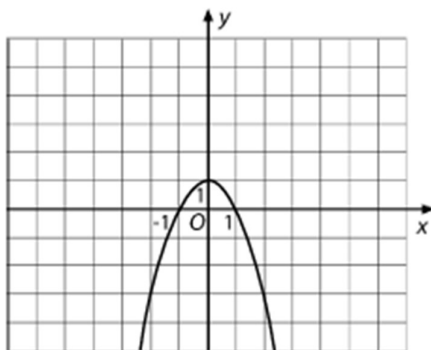
A



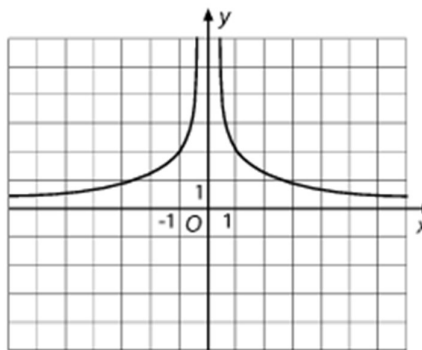
B



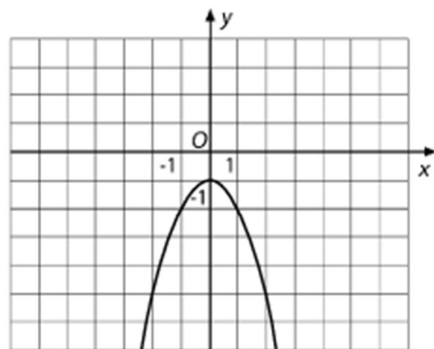
C



D



E



Výsledek: C, 2 body

21 Předpis funkce g je

$$y = (x-3)(x+5)(x^2+1)$$

Jaké číslo bude výsledkem, sečte-li se počet průsečíků funkce g s osou x a počet průsečíků funkce g s osou y ?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Výsledek: B, 2 body

Jaro 2024**7 Pro všechna $x \in R$ a kladnou konstantu a platí:**

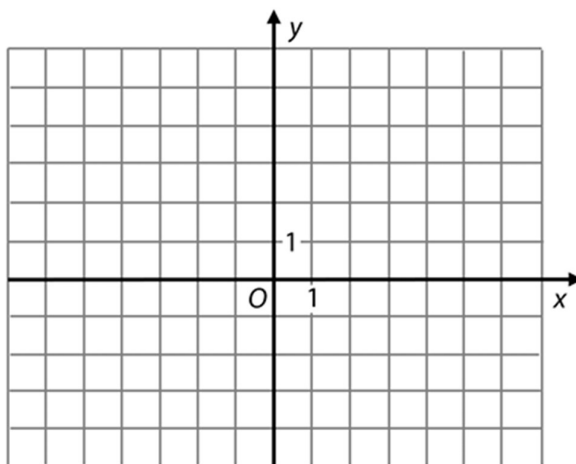
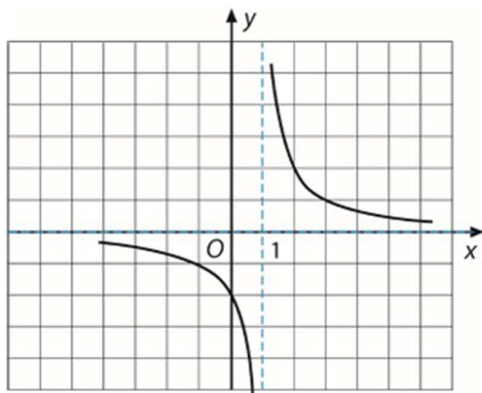
$$16a^{x+1} = 4a^x$$

7.1 Vypočtěte hodnotu konstanty a .7.2 Vypočtěte hodnotu a^x , jestliže $x = -\frac{1}{2}$.**Výsledek: 7.1 $a = \frac{1}{4}$, 7.2 $a^x = 2$, max. 2 body****8 Pro $a \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ vypočtěte:**

$$\log_a \frac{8}{\sqrt{a}} - \log_a 8a =$$

Výsledek: $-\frac{3}{2}$, 1 bod**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9**Ke dání předpis funkce f :

$$y = \frac{2x}{x-1} - 2$$

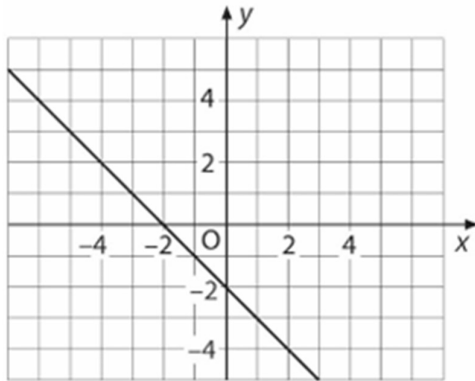
**9**9.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy zakreslete graf funkce f , která je definovaná pro všechna přípustná $x \in R$.Do soustavy souřadnic zakreslete asymptoty a graf funkce f tak, aby graf správně procházel mřížovými body.9.2 Vypočtěte průsečík $P = [p_1; p_2]$ funkce f s osou y .Do záznamového archu запиšte obě souřadnice průsečíku funkce f s osou y .**V záznamovém archu obtáhněte své řešení propisovací tužkou.****Výsledek:****9.1****9.2 $P = [0; -2]$** **max 2 body**

22 Předpis funkce f pro všechna x z definičního oboru funkce f je:

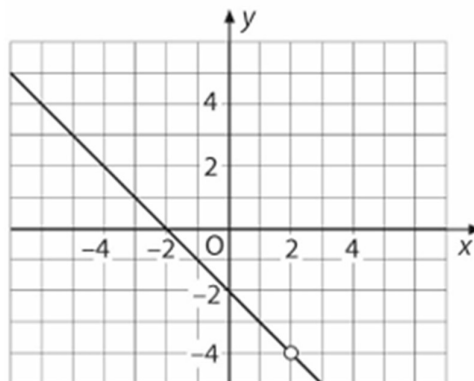
$$y = \frac{x^2 - 4}{2 - x}$$

Který z následujících grafů je grafem funkce f v kartézské soustavě souřadnic Oxy ?

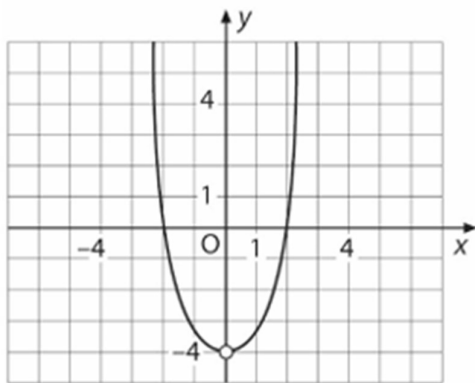
A



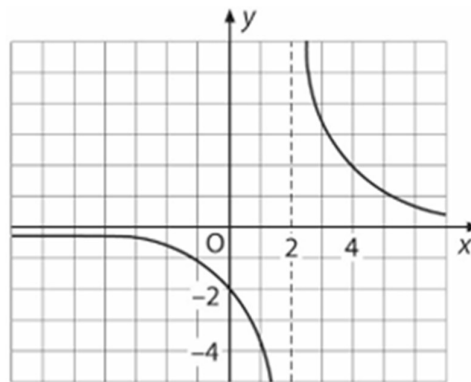
B



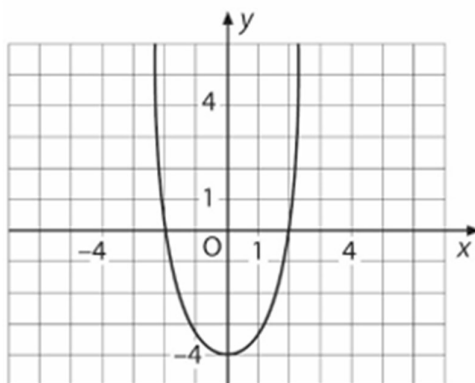
C



D



E



Výsledek: B, 2 body

Podzim 2023

6 Předpis funkce f definované pro všechna přípustná $x \in R$ je:

$$y = \log_{10}(8 - 2x) - \log_{10}(2 - x)$$

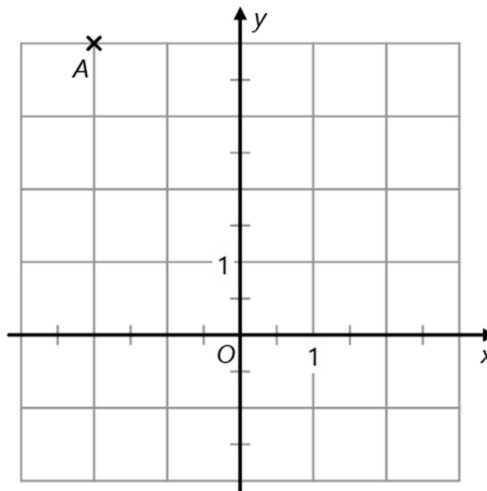
Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota funkce f rovna 1.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x = \frac{3}{2}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Funkce $g : y = a^x$ se základem $a \in R^+ \setminus \{1\}$ je definována pro všechna $x \in R$. Její graf prochází bodem $A[-2; 4]$.



7

7.1 Zapište souřadnici b_2 bodu $B[2; b_2]$ grafu funkce g .

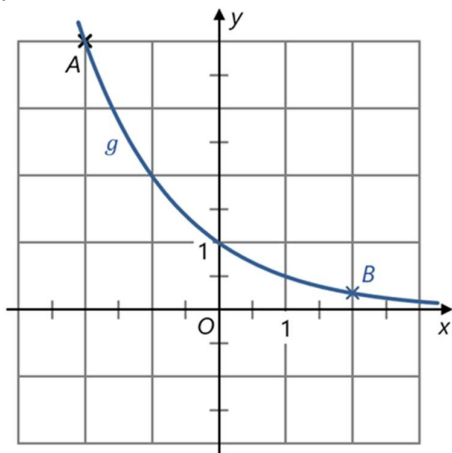
7.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce g .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Výsledek:

7.1 $b_2 = \frac{1}{4}$

7.2



, max. 2 body.

- 8 Funkce $h: y = -(x+6)^2 + 4$ s definičním oborem \mathbb{R} je v jednom ze dvou intervalů $(-\infty; p)$, $(p; +\infty)$ klesající a ve zbývajícím je rostoucí ($p \in \mathbb{R}$).

Z obou intervalů vyberte ten, v němž je funkce h rostoucí, a zapište jej s konkrétním číslem p .

Výsledek: $(-\infty; 6)$, 1 bod

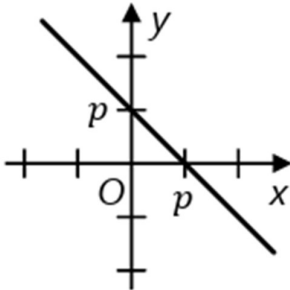
VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Předpis funkce h definované pro všechna $x \in \mathbb{R}$ je:

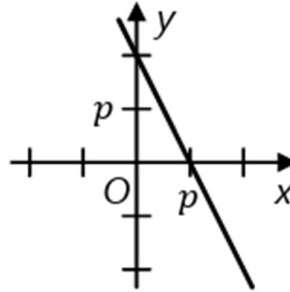
$$y = 2 - x$$

- 20 Který z následujících grafů je pro vhodné kladné číslo p grafem funkce h v kartézské soustavě souřadnic Oxy ?

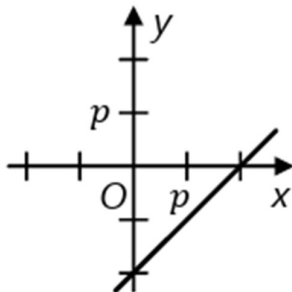
A)



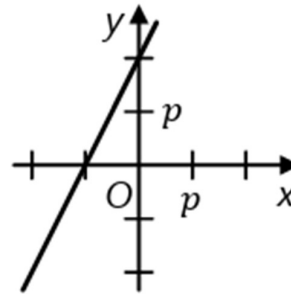
B)



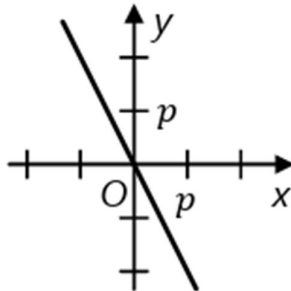
C)



D)



E)



Výsledek: A, 2 body

Jaro 2023

7 Je dán výraz:

$$\log_2(8^{-x})$$

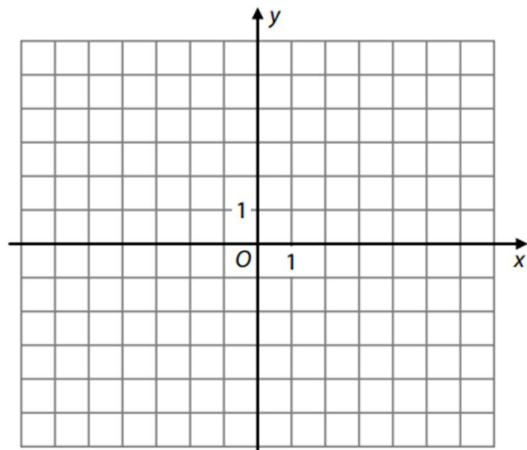
Určete všechna $x \in R$, pro která je hodnota daného výrazu rovna osmi.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x = -\frac{8}{3}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Grafem funkce $h: y = \frac{3}{x-2} - 4$ je hyperbola se středem S (bod S je průsečík asymptot). Graf lineární funkce f prochází bodem $R = [-5; 1]$ a bodem S .



8

8.1 Určete obě souřadnice středu S .

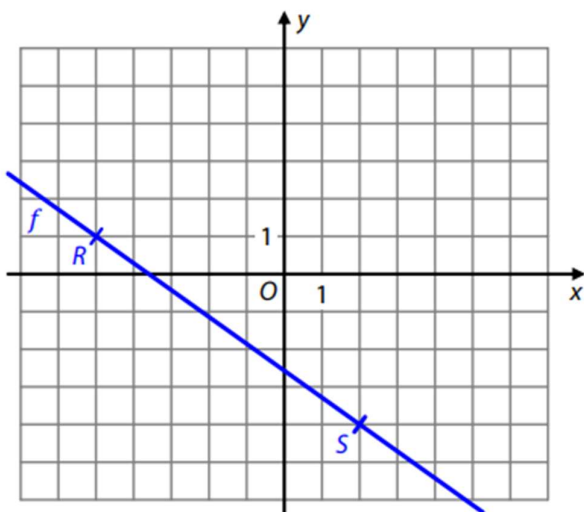
8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf lineární funkce f .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Výsledek:

8.1 $S = [2; -4]$,

8.2



max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 9–10

Pro $x \in R$ je dána funkce:

$$g : y = \sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right)$$

9 Vypočítejte obě souřadnice průsečíku **P** grafu funkce g se souřadnicovou osou y .

10 Určete nejmenší kladné číslo x , pro které platí:

$$\sin\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 1$$

Výsledek:

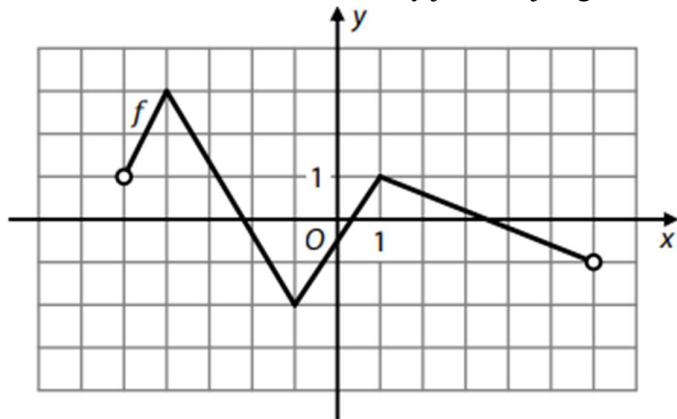
9 $P = \left[0; -\frac{1}{2}\right]$, 1 bod

10 $x = \frac{4\pi}{3}$, max. 2 body

Podzim 2022

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce f s definičním oborem $(-5; 6)$.



(Vrcholy lomené čáry jsou v mřížových bodech.)

3 Zapište obor hodnot funkce f .

Výsledek: $H_f = \langle -2; 3 \rangle$, 1 bod

17 V intervalu $(0; 2\pi)$ je řešena rovnice:

$$\frac{1}{\cos x} = 2$$

Která z množin obsahuje všechna řešení dané rovnice?

A) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right)$ B) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right)$

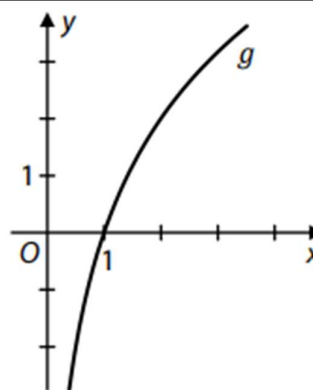
D) $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$ E) žádná z uvedených množin

Výsledek: A, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $g: y = \log_a x$ s definičním oborem $(0; +\infty)$, pro kterou platí:

$$\log_a 2 = 2$$



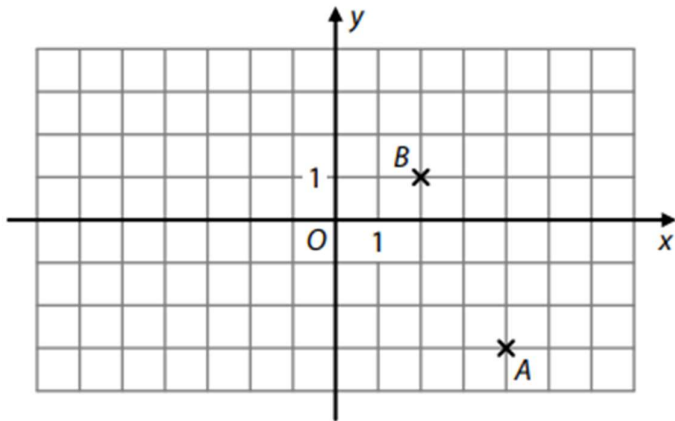
18 Která z následujících rovností platí pro funkci g ?

A) $\log_a \sqrt{2} = \sqrt{2}$ B) $\log_a \sqrt{8} = \sqrt{8}$ C) $\log_a 4 = 4$ D) $\log_a 8 = 8$ E) žádná z uvedených rovností

Výsledek: C, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou vyznačeny dva mřížové body A , B . Grafem funkce h je parabola s vrcholem A procházející bodem B .



19 Jaký je předpis funkce h ?

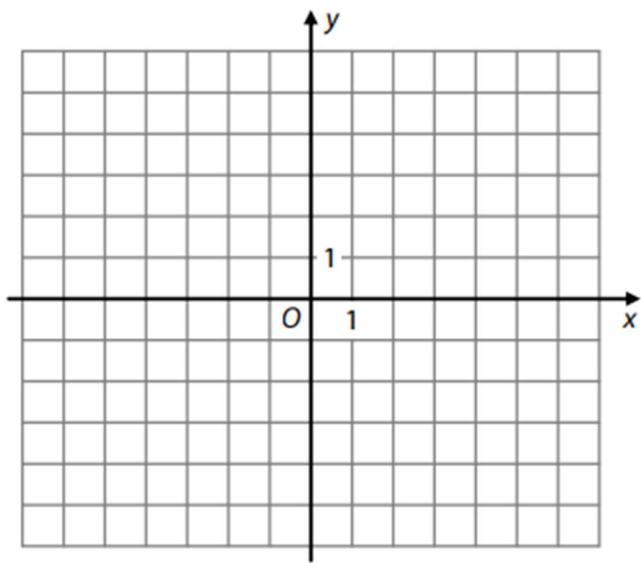
- A) $y = -2x + 5$ B) $y = x^2 - 8x + 13$ C) $y = -x^2 + 4x - 3$ D) $y = \frac{x-1}{3-x}$ E) $y = \frac{3x-9}{x-5}$

Výsledek: B, 2 body

Jaro 2022

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Funkce $f: y = \frac{3}{x-1}$ je definována pro všechna přípustná $x \in \mathbb{R}$.



8

8.1 Určete obě souřadnice průsečíku $P[p_1; p_2]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

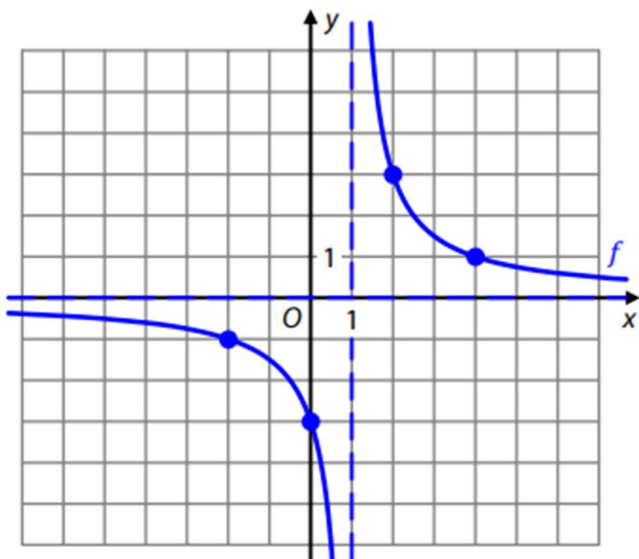
8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f . Na grafu funkce vyznačte alespoň tři mřížové body.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Výsledek:

8.1 $P[0; -3]$,

8.2



max. 2 body

9 Funkce $g: y = x(x - 36)$ je definována pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

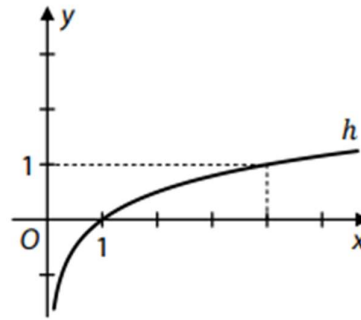
Vrcholem grafu funkce g je bod $V[v_1; v_2]$.

Určete první souřadnici v_1 vrcholu V .

Výsledek: $v_1 = 18$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 10

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf logaritmické funkce $h: y = \log_a x$, jejímž definičním oborem je interval $(0; +\infty)$.



10 Určete

10.1 základ a logaritmické funkce h ,

10.2 hodnotu proměnné x , pro kterou $h(x) = 3$.

Výsledek: 10.1 $a = 4$, 10.2 $x = 64$, max. 2 body

22 Pro $x \in \langle \pi; 2\pi \rangle$ platí:

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Jaká je hodnota $\operatorname{tg} x$?

- A) hodnota neexistuje B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

Výsledek: E, 2 body

Podzim 2021

8 V intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ řešte:

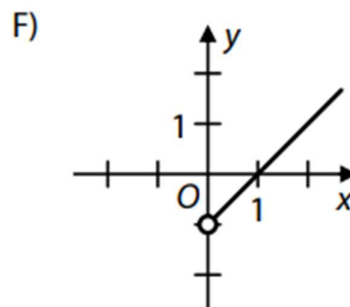
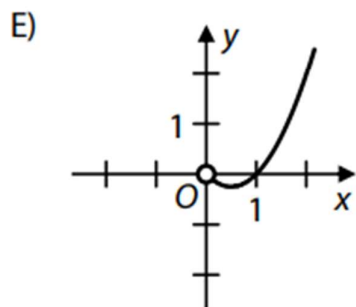
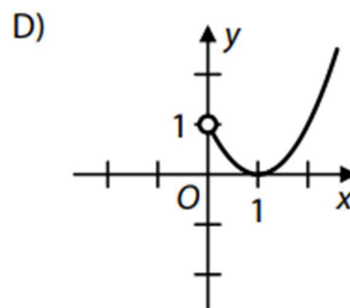
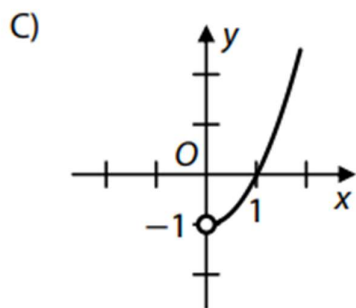
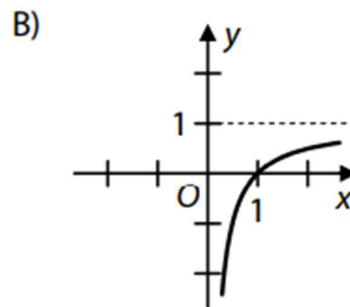
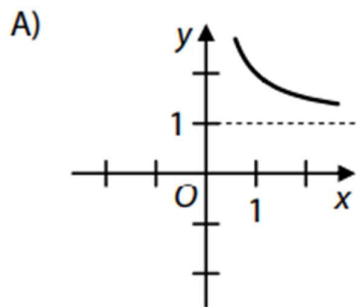
$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sin x}{\cos x} = -1$$

Výsledek: $x_1 = \frac{5\pi}{6}; x_2 = \frac{11\pi}{6}$, max. 2 body

25 Každou z následujících funkcí (25.1-25.4) definujeme pro $x \in (0; \infty)$.

Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).

25.1 $y = \frac{x^2 - x}{x}$ 25.2 $y = \frac{x^3 - x}{x}$ 25.3 $y = \frac{x^2 - x}{x^2}$ 25.4 $y = (x^2 - x) \cdot \log_4 4$



Výsledek: F C B E, max. 4 body

Mimořádný termín červenec 2021

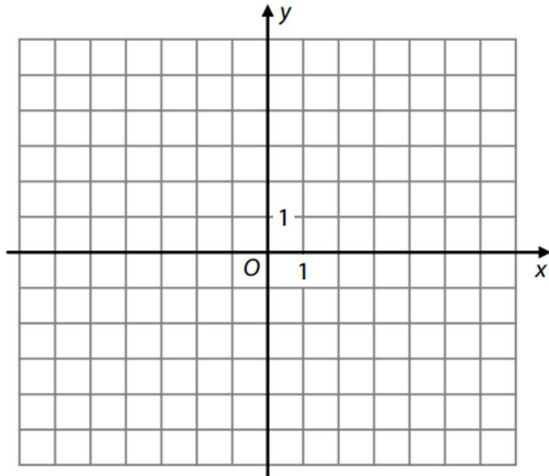
8 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{x+2} \cdot \frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}$$

Výsledek: $x = -2,5$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Graf kvadratické funkce f s definičním oborem \mathbb{R} má vrchol $V[-3;4]$ a prochází bodem $A[-5;0]$.



9

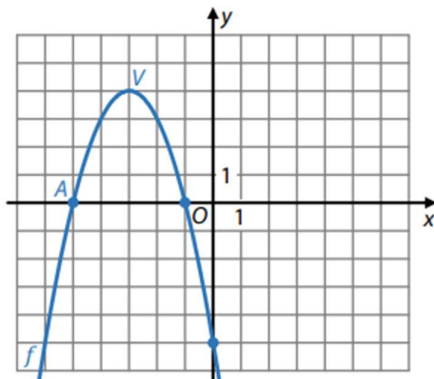
9.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f a vyznačte průsečíky grafu se souřadnicovými osami x , y .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Zapište obor hodnot funkce f .

Výsledek:

9.1



Průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami musí být zobrazeny, a to přesně.

9.2 $y \in (-\infty; 4)$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Jsou dány funkce f, g s definičními obory \mathbb{R} .

$$f : y = -2 - x$$

$$g : y = -2x$$

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 $f(1) < g(1)$

16.2 Funkce f je rostoucí.

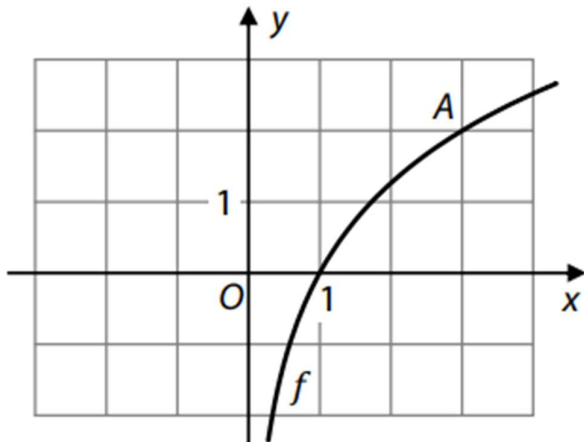
16.3 Funkce g je konstantní.

16.4 Grafy funkcí f a g mají společný bod $P[2; -4]$

Výsledek: ANNA, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Logaritmická funkce $f : y = \log_a x$ s definičním oborem $(0; +\infty)$ je dána grafem. Graf prochází mřížovým bodem A .



17 Jaká je hodnota základu a logaritmické funkce f ?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\sqrt[3]{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Výsledek: E. 2 body

Jaro 2021

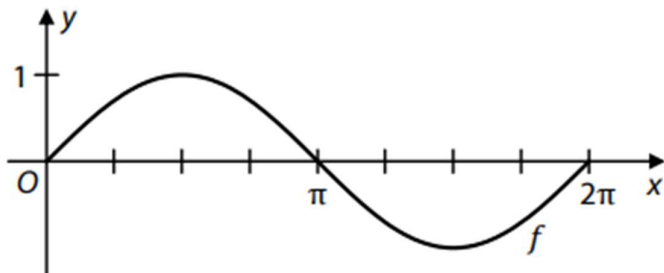
10 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$2^{5x} - \log_5 5 = 0$$

Výsledek: $x = -\frac{1}{5}$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $f: y = \sin x$ pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

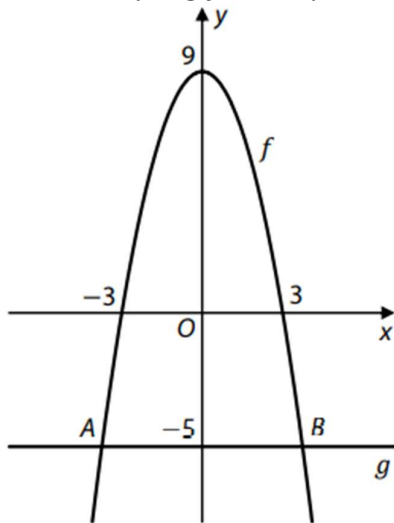


11 Vypočítejte všechny hodnoty proměnné $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, pro něž je $f(x) = -0,5$.

Výsledek: $x_1 = \frac{7\pi}{6}; x_2 = \frac{11\pi}{6}$, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf kvadratické funkce f a graf konstantní funkce g . Průsečíky grafů funkcí f a g jsou body A, B.



19 Jaká je vzdálenost bodů A, B?

A) $2\sqrt{14}$

B) 7,6

C) $2\sqrt{15}$

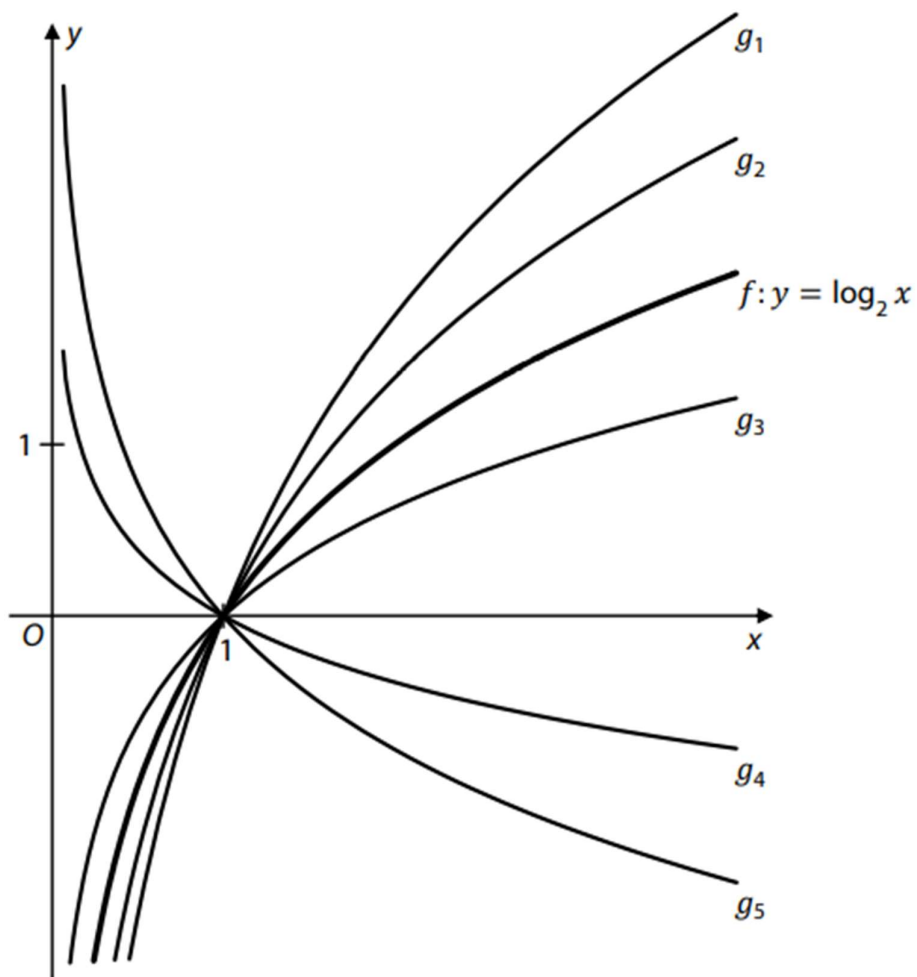
D) 8

E) jiná vzdálenost

Výsledek: A, 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf funkce $f : y = \log_2 x$ a grafy pěti dalších logaritmických funkcí $g_1 - g_5$ s předpisy $y = \log_a x$, v nichž se základy a vzájemně liší. Všechny tyto funkce mají definiční obor $(0; +\infty)$.



20 Kolik z daných funkcí $g_1 - g_5$ má základ menší než 2 (tj. $a < 2$)?

A) nelze určit B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Výsledek: E, 2 body

Podzim 2020

17 Je dán výraz: $\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$.

Který z následujících výrazů je pro každé $a \in (1; +\infty)$ ekvivalentní s daným výrazem?

- A) 25 B) 12,5 C) 0,2a D) 0,5a²⁵ E) Žádný z uvedených výrazů není s daným výrazem ekvivalentní.

Výsledek: B, 2 body

25 Každá funkce daná některým z předpisů 25.1–25.4 je definována pro všechna $x \in R \setminus \{0\}$.

Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1–25.4) útvar (A–F), na němž leží všechny body grafu této funkce.

25.1 $y = \frac{2x^3}{x}$ 25.2 $y = \frac{x^2}{x \cdot \sqrt{2}}$ 25.3 $y = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{x}$ 25.4 $y = \frac{x^2}{2x^3}$

- A) přímka různoběžná se souřadnicovými osami
 B) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou x
 C) přímka rovnoběžná se souřadnicovou osou y
 D) parabola souměrná podle souřadnicové osy x
 E) parabola souměrná podle souřadnicové osy y
 F) hyperbola

Výsledek: E, A, B, F, max. 4 body

26 Pro $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ přiřaďte ke každému výrazu (26.1–26.3) jeho ekvivalentní vyjádření (A–E).

26.1 $\operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$ 26.2 $\cos 2x + 1$ 26.3 $\frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$

A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $2 \cdot \sin x$ D) $2 \cdot \sin^2 x$ E) $2 \cdot \cos^2 x$

Výsledek: D, E, A, max. 3 body

Jaro 2020

9 Pro všechny přípustné hodnoty $x \in R$ je dána funkce $f : y = \log_9(1-x)$.

9.1 Určete definiční obor funkce f .

9.2 Určete, pro které hodnoty proměnné x platí $y = 0,5$.

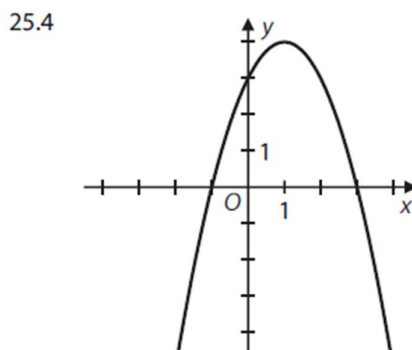
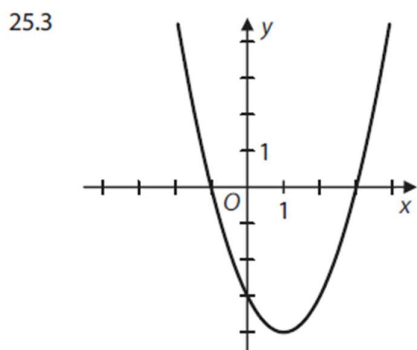
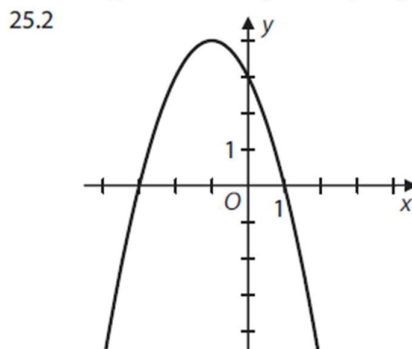
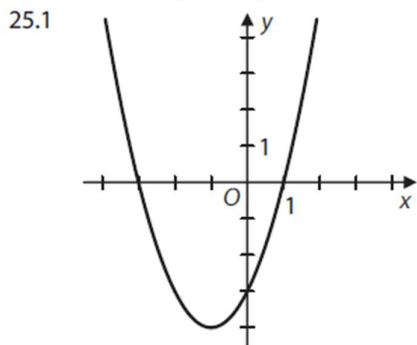
Výsledek: 9.1 $x \in (-\infty; 1)$ **1 bod, 9.2** $x = -2$ **1 bod.**

10 V oboru R řešte:

$$2^{1000} : 2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

Výsledek: $x = 502$ 1 bod.

25 Každému z grafů (25.1–25.4) kvadratické funkce přiřadte odpovídající předpis (A–F).



A) $y = (x-3)(x+1)$

B) $y = (x-3)(x-1)$

C) $y = (3-x)(x+1)$

D) $y = (x+3)(x+1)$

E) $y = (x+3)(x-1)$

F) $y = (x+3)(1-x)$

Výsledek: E, F, A, C max 4 body.

Podzim 2019

16 Na množině $R \setminus \{-2\}$ je dána funkce $f: y = \frac{2}{x+2}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

16.1 Grafem funkce f je hyperbola.

16.2 Graf funkce f protíná obě souřadnicové osy x, y .

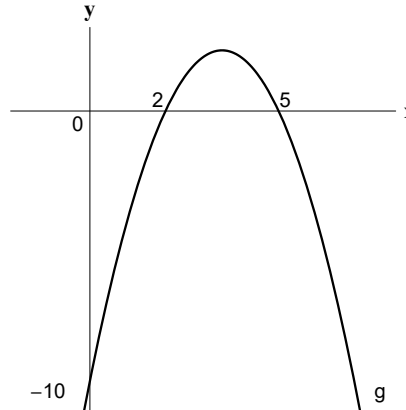
16.3 $f(1) = 0$

16.4 Obor hodnot funkce f je $H_f = R \setminus \{0\}$

Výsledek: ANNA, max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Kvadratická funkce g s definičním oborem R je dána grafem.



17 Které z následujících vyjádření je předpisem funkce g ?

A) $y = x^2 + 7x - 10$

B) $y = -x^2 + 7x + 10$

C) $y = -(x+2)(x+5)$

D) $y = (x-2)(x+5)$

E) $y = (x-2)(5-x)$

Výsledek: E, 2 body

25 Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru R přiřad'te interval (B–F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (A), nemá-li rovnice řešení.

25.1 $\log_{10}(-2x) = 0$ 25.2 $\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$ 25.3 $2^x : 32^{0.5} = \sqrt[3]{32}$ 25.4 $2^{-x} + 2 = 0$

A) \emptyset B) $(-\infty; -2)$ C) $(-2; 0)$ D) $(0; 2)$ E) $(2; 4)$ F) $(4; \infty)$

Výsledek: CEFA, max. 4 body

Jaro 2019

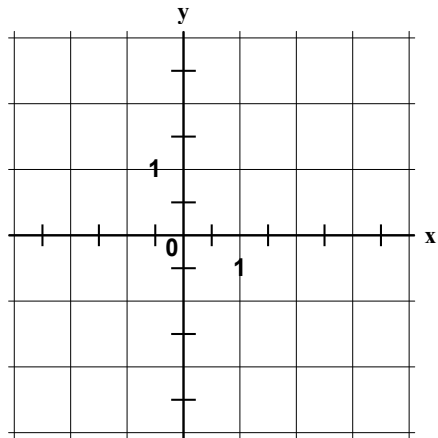
7 Kvadratická funkce má předpis $y = 2x^2 - 3x$. Její graf protíná přímka p ve dvou různých bodech $P[p_1; 9]$ a $Q[q_1; 9]$.

Vypočtete souřadnice p_1, q_1 bodů P, Q .

Výsledek: $p_1 = 3, q_1 = -1,5$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Je dána funkce $f: y = \log_2 x$.



8

8.1 Dopačtete souřadnici a_2 bodu $A[4; a_2]$ grafu funkce f .

8.2 Dopačtete souřadnici b_1 bodu $B[b_1; -1]$ grafu funkce f .

8.3 Sestrojte graf funkce f s přesně vyznačenými body A, B a průsečíkem P grafu funkce f se souřadnicovou osou x .

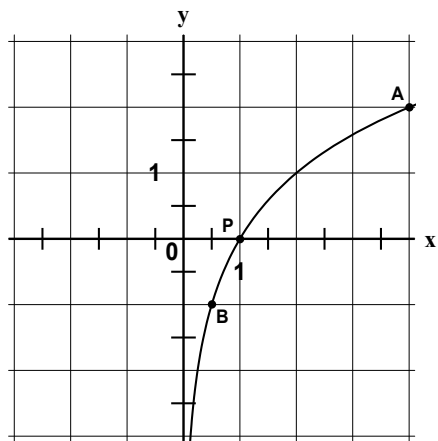
V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tučkou.

Výsledek:

8.1 $a_2 = 2$ 1 bod

8.2 $b_1 = 0,5$ 1 bod

8.3 1 bod



11 Pro dva různé úhly $\alpha = 112^\circ, \beta \in (0^\circ; 360^\circ)$ platí $\cos \alpha = \cos \beta$.

Určete ve stupních velikost úhlu β .

Výsledek: $\beta = 248^\circ, 1$ bod.

12 V oboru \mathbb{R} řešte rovnici: $\frac{25^x}{5} = 5 \cdot 5^{x-2}$

Výsledek: $x = 0, 1$ bod

Podzim 2018

6 Bod A grafu funkce $g: y = 0,75x - 0,5$ má obě souřadnice x, y stejné. Určete souřadnice bodu A .

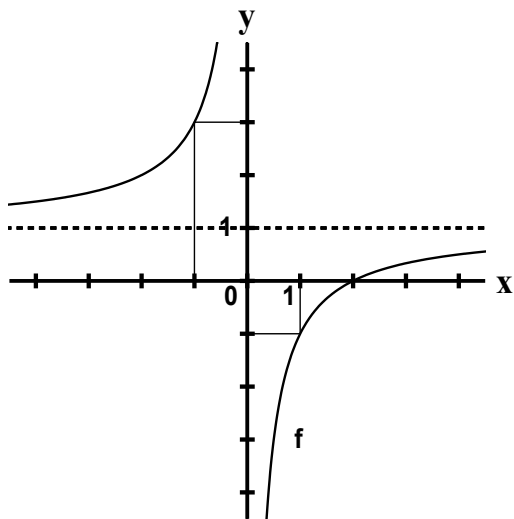
Výsledek: $A[-2; -2]$, 1 bod

11 Určete souřadnice průsečíku $P[x_0; y_0]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou x . $f: y = 4 - 2 \cdot \log_3 x$

Výsledek: $P[9; 0]$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 24

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestrojen graf lineární lomené funkce f s definičním oborem $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.



24 Jaký je předpis funkce f ?

- A) $y = \frac{-2}{x}$ B) $y = \frac{2}{x-2}$ C) $y = \frac{x-2}{x+2}$ D) $y = \frac{x-2}{-x+2}$ E) $y = \frac{x-2}{x}$

Výsledek: E, 2 body

25 Ke každé z následujících funkcí (25.1–25.4) s definičním oborem \mathbb{R} přiřaďte obor hodnot (A–F) dané funkce.

25.1 $y = (x-3)^2$ 25.2 $y = 3 + x^2$ 25.3 $y = x-3$ 25.4 $y = 3$

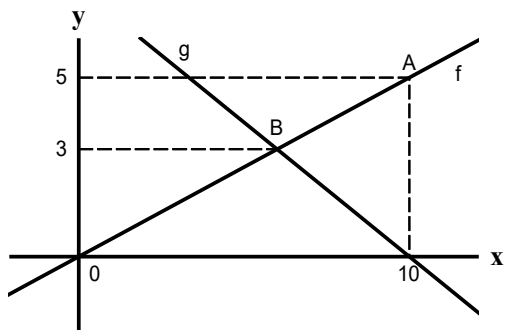
- A) \mathbb{R} B) $(-\infty; 0)$ C) $(-\infty; 3)$ D) $(0; \infty)$ E) $(3; \infty)$ F) $\{3\}$

Výsledek: DEAF, max. 4 body

Jaro 2018

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 6 – 7

Grafy funkcí f a g jsou přímky. Graf funkce f prochází počátkem O a bodem A . Grafy funkcí f a g se protínají v bodě B .



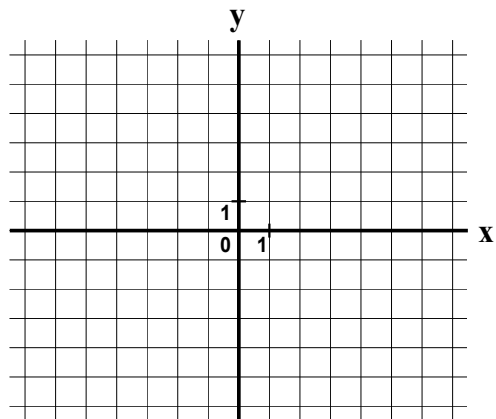
6 Zapište předpis funkce f .

7 Zapište obecnou rovnici přímky, která je grafem funkce g .

Výsledek: 6 $f: y = \frac{1}{2}x$ 1 bod, 7 $3x + 4y - 30 = 0$ max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Graf kvadratické funkce f prochází body $A[-5; 0]$, $B[-4; 3]$, $C[-3; 4]$. Osa souměrnosti o grafu kvadratické funkce f je určena rovnicí $x = -3$.



8

8.1 Zapište souřadnice vrcholu $V[x; y]$ grafu funkce f .

8.2 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f . V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou.

8.3 Zapište obor hodnot funkce f .

Výsledek: 8.1 $V[-3; 4]$ 1 bod, 8.2 graf 1 bod, 8.3 $y \in (-\infty; 4)$

25 Ke každé rovnici (25.1-25.4) řešené v oboru \mathbb{R} přiřaďte interval (A-F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (F), nemá-li rovnice řešení.

25.1 $3^{2x} = 9^{-x}$ 25.2 $2^{2x} \cdot 2^{-x} = \frac{1}{2}$ 25.3 $\log(x-2) = \log(1-x)$ 25.4 $2 \cdot \log x = 1$

A) $(-\infty; -1)$ B) $(-1; 1)$ C) $(1; 2)$ D) $(2; 3)$ E) $(3; \infty)$ F) \emptyset

Výsledek: BAFE, max. 4 body

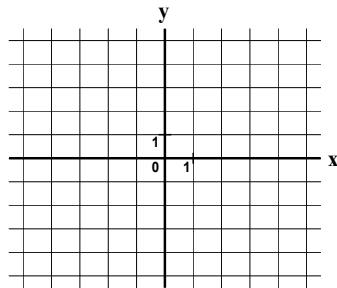
Podzim 2017

7 Pro všechna $x, y \in (0; \infty)$ platí:

$$\log y = 2 \log x + 2$$

Vyjádřete proměnnou y tak, aby zápis neobsahoval logaritmy.

Výsledek: $y = 100x^2$, 1 bod

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8

8 Funkce $f: y = -\frac{2}{x}$ je definována pro všechna $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

8.1 Sestrojte graf funkce f . Graf musí procházet body $A[-1; \quad]$, $B[1; \quad]$, $C[2; \quad]$, jejichž chybějící souřadnice dopočtete.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

8.2 Zapište všechna x , pro něž je hodnota funkce f záporná ($y < 0$).

Výsledek: **hyperbola s body** $A[-1; 2]$, $B[1; -2]$, $C[2; -1]$, $x \in (0; \infty)$, **max. 2 body**

12 Funkce $f: y = \left(\frac{9}{4}\right)^x$ je definována pro všechna $x \in \mathbb{R}$.

Z množiny $M = \left\{-\frac{9}{4}; -1; 0; \frac{4}{9}; \frac{3}{2}; 3\right\}$ vypište všechna čísla, která patří do oboru hodnot funkce f .

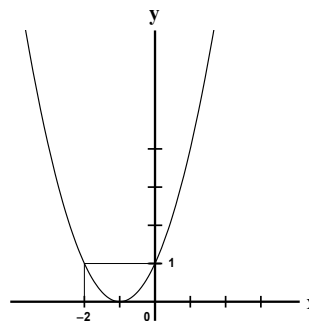
Výsledek: $\frac{4}{9}; \frac{3}{2}; 3$, 1 bod.

13 Řešte rovnici s neznámou $x \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$: $\operatorname{tg} x = -1$.

Výsledek: **135°**, **315°**, **max. 2 body**

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 24

Grafem funkce f je parabola ($D_f = \mathbb{R}$).



24 Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) Graf funkce f je souměrný podle přímky $p: x - 1 = 0$

B) Funkce f má předpis $y = (x + 1)^2$

C) Funkce f je klesající v intervalu $(-\infty; 0)$

D) Obor hodnot funkce f je interval $(0; \infty)$

E) $f(0) = -1$

Výsledek: **B**, 2 body

Jaro 2017**12 V oboru R řešte:**

$$\log_3 3x = 6$$

Výsledek: $x = 243$, 1 bod**13 V oboru R řešte:**

$$3 \cdot 9^x - 9^x = 6$$

Výsledek: $x = \frac{1}{2}$, 1 bod**16 Grafem kvadratické funkce $f: y = 9 - x^2$ pro $x \in R$ je parabola.****Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**16.1 Vrchol paraboly je $V[0; 9]$ 16.2 Jeden z průsečíků paraboly se souřadnicovými osami je $P[-3; 0]$ 16.3 $f(0) = -3$ 16.4 Obor hodnot funkce f je $H_f = \langle 9; +\infty \rangle$ **Výsledek: A A N N, max. 2 body****25 Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.5–25.4) odpovídající graf funkce (A–F).**

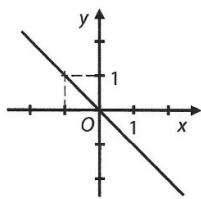
25.1 $y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

25.1 $y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$

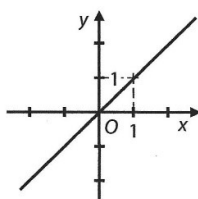
25.1 $y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$

25.1 $y = x + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$

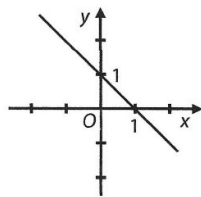
A)



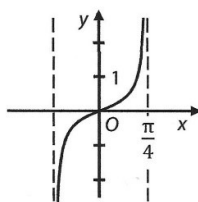
B)



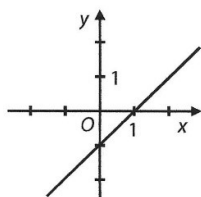
C)



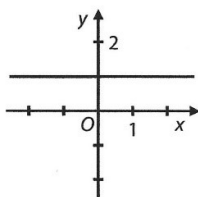
D)



E)

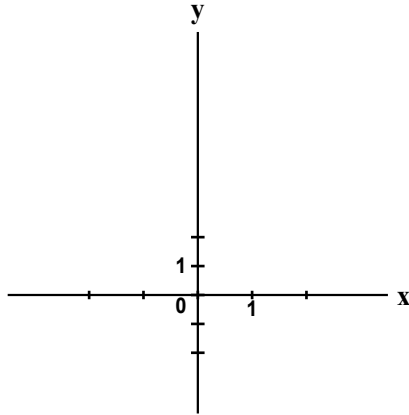


F)

**Výsledek: F A B E, max. 4 body**

Podzim 2016**VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6**

Je dána funkce f s předpisem $y = x^2$ a definičním oborem $D_f = \langle -2; 3 \rangle$.

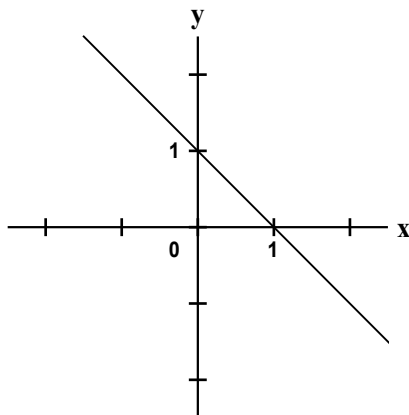


6 Zapište obor hodnot funkce f .

Výsledek: $H_f = \langle 0; 9 \rangle$, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 7

Grafem funkce g je přímka.



7 Zapište předpis funkce g .

Výsledek: $g: y = -x + 1$, 1 bod

14 V oboru \mathbb{R} řešte: $16 \cdot 2^{x+1} = 4 \cdot 8^x$.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $K = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$, max. 2 body

25 Přiřaďte ke každé rovnici (25.1 – 25.4) její řešení (A – F) v oboru \mathbb{R} .

25.1 $\operatorname{tg} x = 0$ 25.2 $\cos x = 1$ 25.3 $\sin 2x = 0$ 25.4 $\operatorname{cotg} \frac{x}{2} = 1$

A) $x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$ B) $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$ C) $x = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

E) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ F) $x = \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Výsledek: B, C, A, E, max. 4 body

Jaro 2016

15 Pro $x \in \mathbb{R}$ určete definiční obor rovnice (podmínky) a rovnici vyřešte.

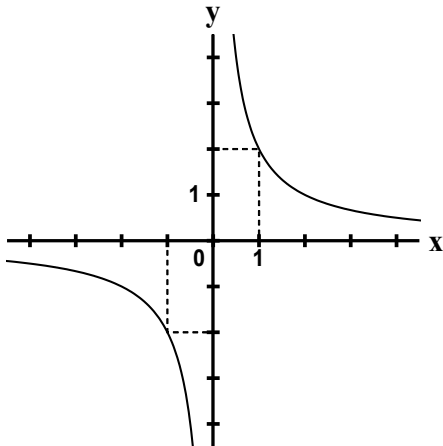
$$\log 8 - \log 2 = \frac{\log(2x-2)}{2}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

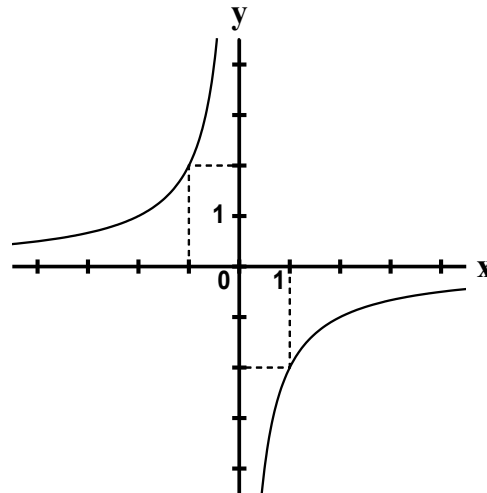
Výsledek: $x \in (1; \infty)$, $K = \{9\}$, max. 3 body

25 Přiřaďte ke každému grafu funkce (25.1 – 25.4) odpovídající předpis funkce (A – F).

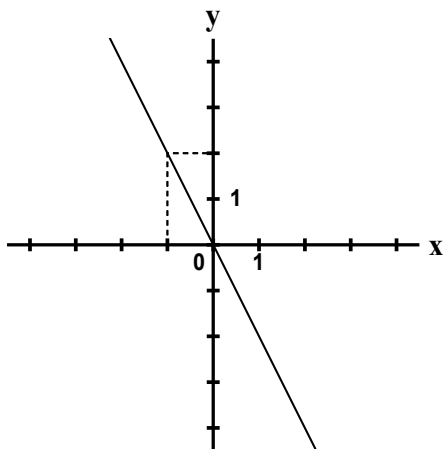
25.1



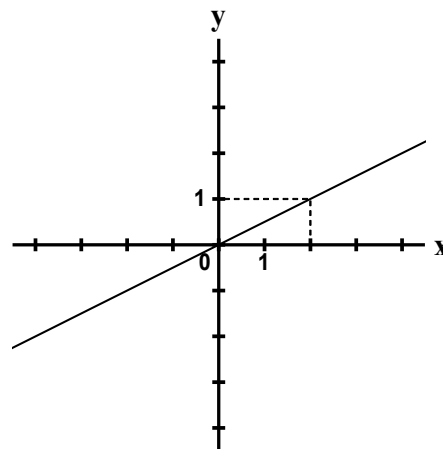
25.2



25.3



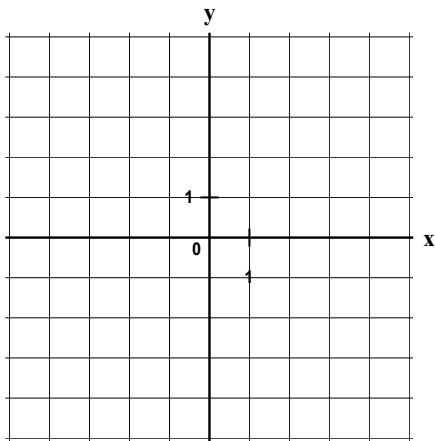
25.4



- A) $y = \frac{2}{x^{-1}}$ B) $y = \frac{-x}{2^{-1}}$ C) $y = 2^{-1} \cdot x$ D) $y = \left(\frac{x}{2}\right)^{-1}$ E) $y = -2 \cdot x^{-1}$ F) $y = -2^{-1} \cdot x^{-1}$

Výsledek: D, E, B, C, max. 4 body

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8



8 Funkce f s definičním oborem \mathbf{R} má předpis $y = 4 - 2x$.

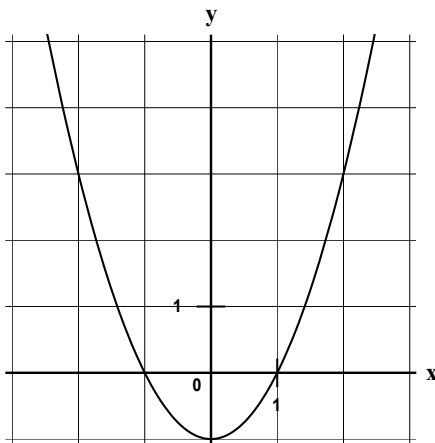
8.1 Sestrojte graf funkce. V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Graf lineární funkce g s definičním oborem \mathbf{R} prochází počátkem O kartézské soustavy souřadnic Oxy a s grafem funkce f nemá žádný společný bod. **Zapište předpis funkce g .**

Výsledek: 8.2 $g : y = -2x$, max. 2 body

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestroyen graf funkce $f : y = x^2 - 1$ pro $x \in \mathbf{R}$



11 Určete všechny hodnoty proměnné x , pro něž je $f(x) \leq 3$.

Výsledek: $x \in \langle -2; 2 \rangle$, 1 bod

25 Přiřad'te ke každé rovnici (25.1-25.4) řešení v oboru \mathbf{R} odpovídající množinu všech řešení (A-F).

25.1 $2^x = \frac{1}{2}$ 25.2 $2^x = 0$ 25.3 $\log_2 x = -1$ 25.4 $\log_2 x^2 = 0$

A) $\{-2\}$ B) $\{-1\}$ C) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ D) $\{1\}$ E) \emptyset F) jiná množina

Výsledek: B, E, C, F, max. 4 body

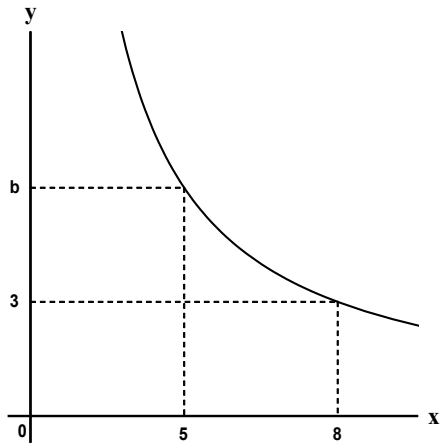
Jaro 2015

6 Určete definiční obor a řešení rovnice s neznámou $x \in R$.

$$\log(2-x) = -1$$

Výsledek: $D(x) = (-\infty; 2)$; $K = \{1, 9\}$, max. 2 body

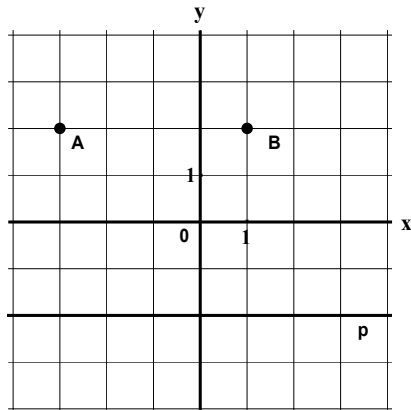
7 V soustavě souřadnic Oxy je sestrojena část grafu nepřímé úměrnosti.



Vypočtete hodnotu b .

Výsledek: $\frac{24}{5}$, 1 bod

8 Grafem kvadratické funkce f s proměnnou $x \in R$ je parabola, která prochází mřížovými body A a B . Vrchol V paraboly leží na přímce p .



8.1 Sestrojte graf funkce f . V záznamovém archu graf obtáhněte propisovací tužkou.

8.2 Zapište souřadnice vrcholu V grafu funkce f .

8.3 Zapište obor hodnot funkce f .

Výsledek: 8.1 graf; 8.2 $V = [-1; -2]$, 8.3 $H(f) = \langle -2; \infty \rangle$, max. 3 body

16 Rozhodněte u každé z následujících rovnic (16.1-16.4), zda má pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ právě dvě řešení (A), či nikoli (N).

16.1 $\sin x = \frac{1}{2}$ 16.2 $\sin x = \frac{3}{2}$ 16.3 $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 16.4 $\sin x = -1$

Výsledek: A, N, A, N, max. 2 body

Ilustrační 2015

7 Pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ řešte rovnici: $\sin x = \frac{1}{2}$

Výsledek: $K = \{30^\circ; 150^\circ\}$, 1 bod

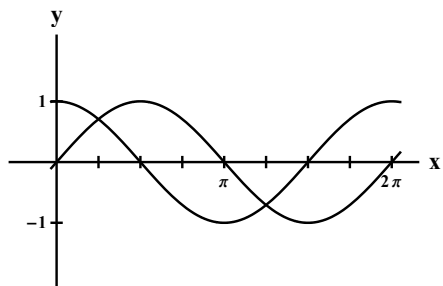
25 Přiřaďte ke každé rovnici řešené v oboru \mathbf{R} (25.1-25.4) odpovídající množinu řešení (A-F).

25.1 $2^{x-1} = \frac{1}{4}$ 25.2 $2^x = -4$ 25.3 $\log_2 2 + \log_2 1 = \log_2 2x$ 25.4 $\log_2 x^2 - \log_2 x = 1$

A) $\{-2; 2\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{-1\}$ D) $\{1\}$ E) $\{2\}$ F) \emptyset

Výsledek: C; F; D; E, max. 4 body

26 V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí sinus a kosinus pro $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$.



26 Přiřaďte ke každé podmínce (26.1–26.3) interval (A–E), v němž podmínka platí.

26.1 V celém intervalu jsou funkce sinus i kosinus klesající.

26.2 V celém intervalu jsou funkce sinus i kosinus rostoucí.

26.3 V celém intervalu je funkce sinus klesající a funkce kosinus rostoucí.

A) $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ B) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ C) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ D) $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ E) $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

Výsledek: C, E, D, max. 3 body

Podzim 2014

8 V oboru \mathbf{R} řešte: $\frac{24+2^x}{4} = 2^x$. V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Výsledek: $x = 3$, max. 2 body

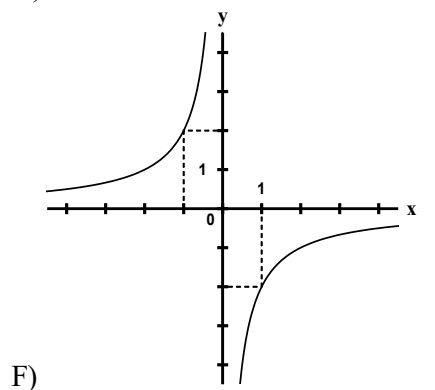
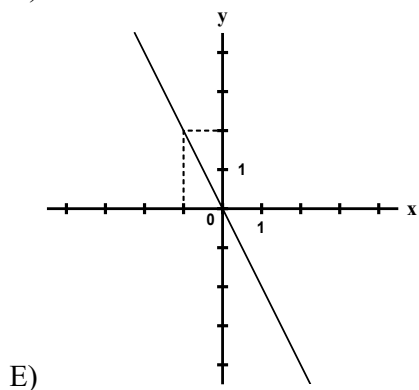
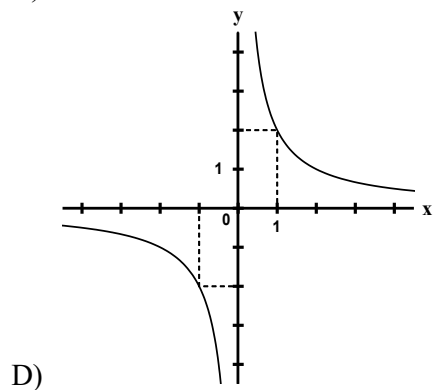
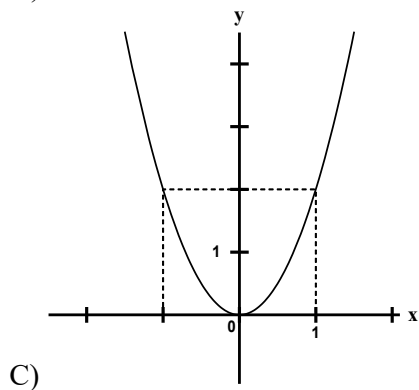
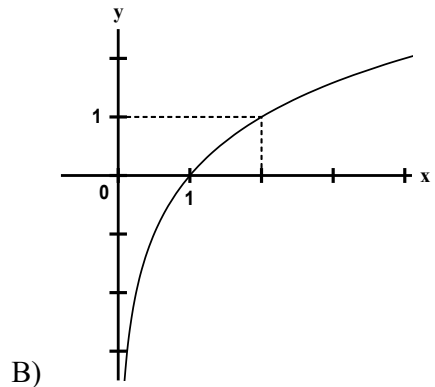
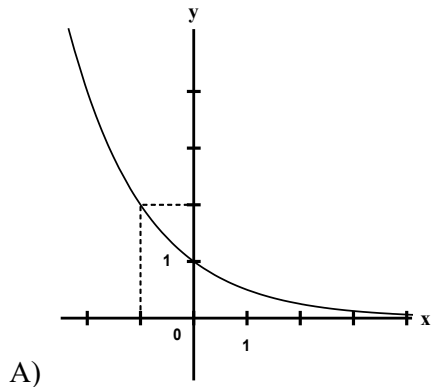
11 V oboru \mathbf{R} řešte: $\log_4(x-8) = 1$

Výsledek: $K = \{12\}$, 1 bod

25 Přiřaďte ke každému předpisu funkce (25.1-25.4) odpovídající graf funkce (A-F).

Předpisy funkcí si můžete nejprve upravit.

25.1 $y = (2^{-1})^x$ 25.2 $y = 2(-x)^2$ 25.3 $y = 2(-x)^{-1}$ 25.4 $y = 2(-x)$



Výsledek: A; C; F; E, max. 4 body

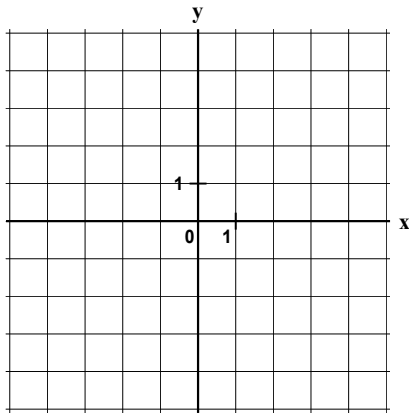
Jaro 2014

6 V oboru \mathbf{R} řešte: $\sqrt{2^{2x}} = 8$

Výsledek: $x = 3$, 1 bod

7 Je dána funkce $g: y = \sin x; x \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$. Určete ve stupních hodnotu proměnné x , v níž funkce g nabývá minima.

Výsledek: 270° , 1 bod

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Pro $x \in \mathbf{R}$ je dána funkce $f: y = (2-x)(2+x)$

8.1 Sestrojte graf funkce f . V záznamovém archu obtáhněte graf propisovací tužkou.

8.2 Zapište souřadnice průsečíku $P[x, y]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

8.3 Zapište všechny hodnoty proměnné $x \in \mathbf{R}$, pro něž je hodnota funkce f kladná ($y > 0$)

Výsledek: 8.2 $P[0, 4]$, 8.3 $x \in (-2; 2)$, max. 3 body

24 Graf reálné funkce s předpisem $y = \log_a x$ prochází bodem $P\left[2; \frac{1}{2}\right]$. Ve kterém z uvedených intervalů naleznete hodnotu základu a ?

A) $(5; \infty)$ B) $(3; 5)$ C) $(1; 3)$ D) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ E) $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$

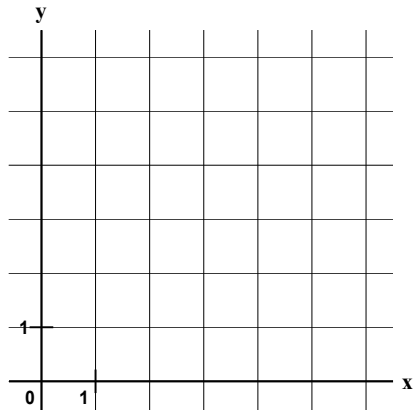
Výsledek: B, 2 body

Ilustrační 2014**VÝCHOZÍ TEXT, TABULKA A OBRÁZEK K ÚLOZE 8**

Daný obdélník má délky sousedních stran 2,5 cm a 4 cm. Stejný obsah jako daný obdélník mohou mít ještě další pravoúhelníky (čtverec nebo obdélníky). Závislosti délek jejich sousedních stran lze zaznamenat do tabulky, vyjádřit předpisem nebo znázornit grafem.

Pravoúhelníky se stejným obsahem

délka jedné strany pravoúhelníku v cm	2	2,5	5		x
délka druhé strany pravoúhelníku v cm		4			



8.1 Zapište předpis funkce vyjadřující závislost délky y druhé strany pravoúhelníku na délce x první strany pravoúhelníku, jsou-li oba rozměry v centimetrech.

8.2 Sestrojte graf popsané funkce

8.3 Zjistěte, ve kterých bodech protíná graf funkce souřadnicovou osu x .

V záznamovém archu obtáhněte graf funkce **propisovací tužkou**.

Výsledek: 8.1 $y = \frac{10}{x}$ **8.2 hyperbola v prvním kvadrantu** **8.3 průsečík s osou x neexistuje, max. 3 body**

10 Užitím logaritmů vyjádřete ze vztahu $5^y = 4$ proměnnou y .

Výsledek: $y = \log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5}$, **1 bod**

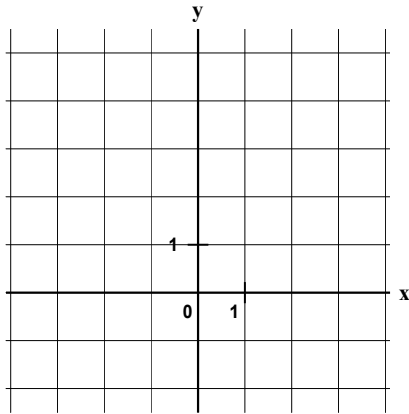
11 Graf reálné funkce s předpisem $y = a^x$ prochází body $A[3;8]$ a $B[b_1;16]$.

Doplňte chybějící souřadnici b_1 bodu B .

Výsledek: $b_1 = 4$, **1 bod**

Podzim 2013**VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 8**

Funkce f s reálnou proměnnou x má předpis: $y = (x-1)(x-3)$



8.1 Zapište souřadnice průsečíku $Y[x; y]$ grafu funkce f se souřadnicovou osou y .

8.2 Sestrojte graf funkce y .

V záznamovém archu obtáhněte graf funkce **propisovací tužkou**.

Výsledek: 8.1 $Y[0; 3]$ 8.2 parabola s vrcholem v bodě $[2; -1]$, max. 3 body

VÝCHOZÍ TABULKA K ÚLOZE 9

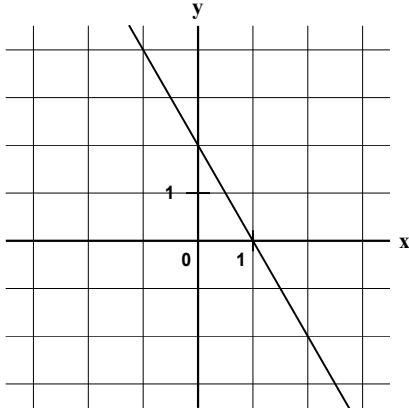
x	9	3^6	3	
$y = \log_3 x$	2			0

V tabulce doplňte chybějící hodnoty.

Výsledek: 6; 1; 1, 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 16

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je sestaven graf lineární funkce f , jejíž definiční obor je \mathbf{R} .



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE).

16.1 Funkce f je konstantní

16.2 Jeden z průsečíků grafu funkce f se souřadnicovými osami je $P[1; 0]$

16.3 $f(0) = 2$

16.4 Předpis funkce f je $y = 2 - 2x$

Výsledek: NE, ANO, ANO, ANO, max. 2 body

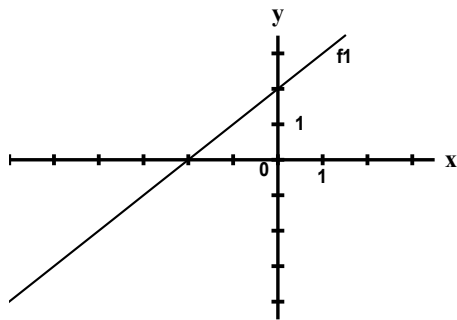
Jaro 2013

12 V oboru \mathbf{R} řešte: $5^{x+4} = \frac{25}{5^x}$

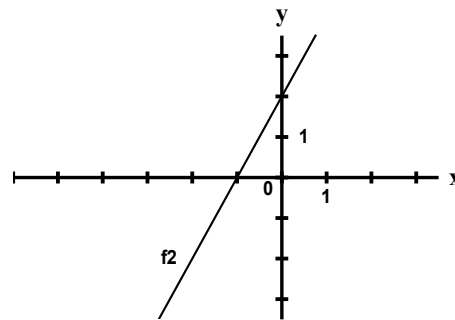
Výsledek: $K = \{-1\}$, max. 2 body

25 Přiřaďte ke každému grafu (25.1–25.4) odpovídající předpis funkce (A–F).

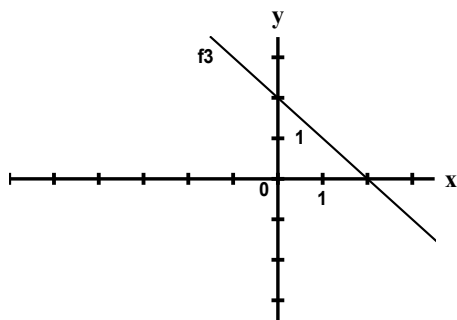
25.1



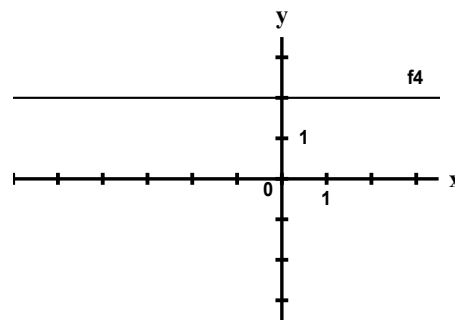
25.2



25.3



25.4



A) $y = 2$ B) $y = x + 2$ C) $y = x - 2$ D) $y = -x + 2$ E) $y = 2x - 1$ F) $y = 2x + 2$

Výsledek: B, F, D, A, max. 4 body

Ilustrační 2013

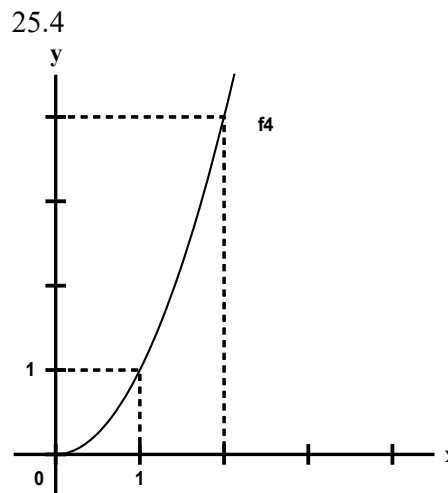
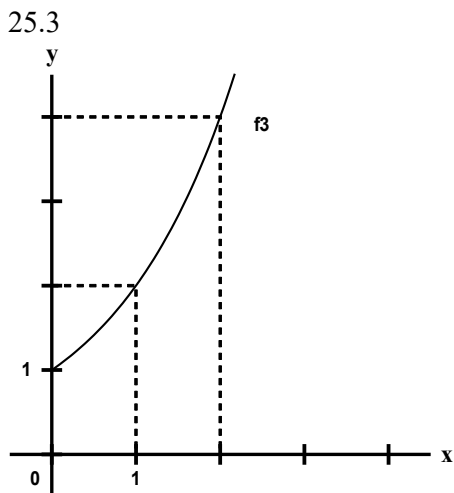
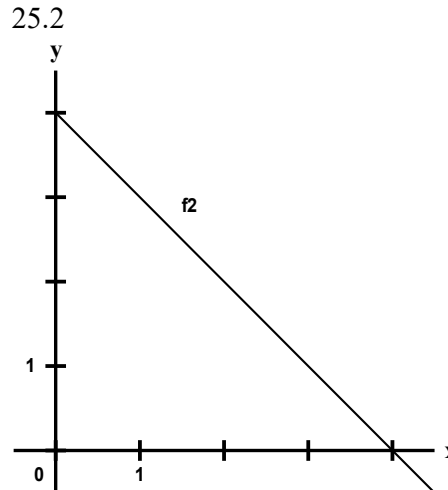
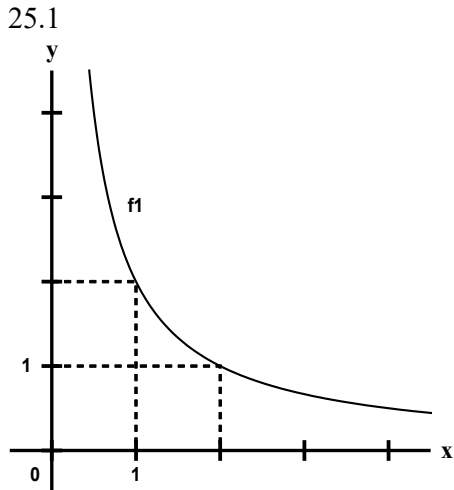
10 V oboru \mathbf{R} řešte rovnici: $\log 5 = \log 4 - \log(5x)$

Výsledek: $x = \frac{4}{25}$, 1 bod

11 Dopočítejte chybějící souřadnici bodu $M[x;16]$ grafu funkce f dané předpisem: $f : y = 2^x$

Výsledek: $x = 4$, 1 bod

25 Přiřaďte ke každému grafu funkce f_1 – f_4 (25.1–25.4) pro $x \in (0; \infty)$ odpovídající předpis funkce (A–F).



A) $y = 2^x$ B) $y = -4x$ C) $y = \log x$ D) $y = \frac{2}{x}$ E) $y = x^2$ F) $y = 4 - x$

Výsledek: D, F, A, E, max. 4 body