

Trigonometrické věty

Zadání

- 1) V $\triangle ABC$ je dáno: $b = 5,3$ m, $c = 2,4$ m, $\beta = 54,6^\circ$. Určete velikost strany a a velikost úhlu α .
- 2) V $\triangle ABC$ je dáno: $\alpha = 38,4^\circ$, $\beta = 52,6^\circ$, $c = 8,9$ m. Určete velikosti stran a a b .
- 3) V $\triangle ABC$ je dáno: $a = 5,2$ m, $b = 8,7$ m, $c = 4,9$ m. Určete velikosti úhlů β a γ .
- 4) V $\triangle ABC$ je dáno: $b = 8,4$ m, $c = 9,2$ m, $\alpha = 47,3^\circ$. Určete stranu a a úhel β .
- 5) V $\triangle ABC$ je dáno: $\alpha = 85,8^\circ$, $a = 34,8$ m, $c = 23,6$ m. Určete velikost strany b .
- 6) V $\triangle ABC$ je dáno: $\gamma = 82,8^\circ$, $a = 32,8$ m, $b = 23,5$ m. Určete velikost úhlu α .
- 7) V $\triangle ABC$ je dáno: $\alpha = 85,8^\circ$, $b = 25,6$ m, $\gamma = 22,4^\circ$. Určete velikost strany a .

Řešení

1)

1) Výpočet úhlu γ (musíme začít tímto prvkem, protože známe protilehlý prvek)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 54,6^\circ} = \frac{2,4}{5,3} / \cdot \sin 54,6^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 54,6^\circ \cdot \frac{2,4}{5,3} = 0,3691$$

$$\gamma = 21,7^\circ$$

2) Výpočet úhlu α

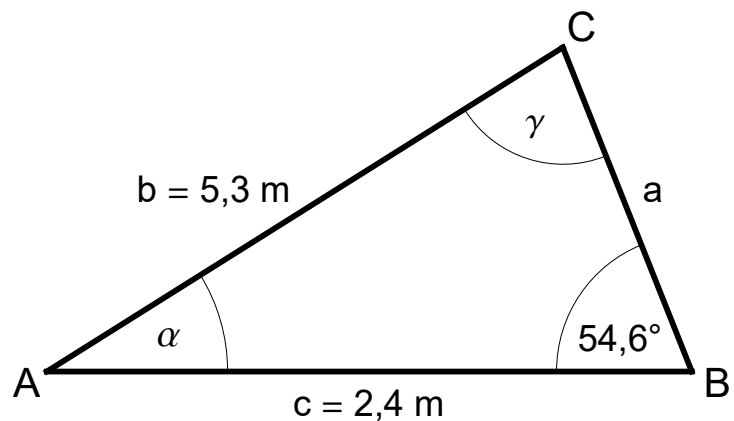
$$\alpha = 180^\circ - 54,6^\circ - 21,7^\circ = 103,7^\circ$$

3) Výpočet strany a

$$\frac{a}{5,3} = \frac{\sin 103,7^\circ}{\sin 54,6^\circ} / \cdot 5,3$$

$$a = 5,3 \cdot \frac{\sin 103,7^\circ}{\sin 54,6^\circ} = 6,3$$

$$\mathbf{a = 6,3 \text{ m, } \alpha = 103,7^\circ}$$



2)

1) Výpočet úhlu γ (musíme začít tímto prvkem, abychom měli dvojici protilehlých prvků)

$$\gamma = 180^\circ - 38,4^\circ - 52,6^\circ = 89^\circ$$

2) Výpočet strany a

$$\frac{a}{8,9} = \frac{\sin 38,4^\circ}{\sin 89^\circ} / \cdot 8,9$$

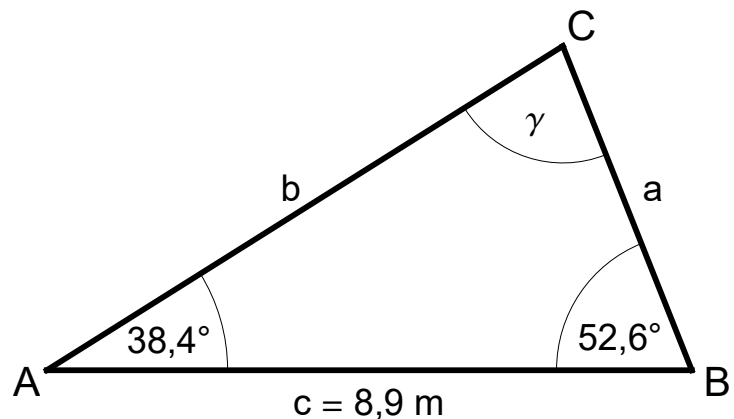
$$a = 8,9 \cdot \frac{\sin 38,4^\circ}{\sin 89^\circ} = 5,5$$

3) Výpočet strany b

$$\frac{b}{8,9} = \frac{\sin 52,6^\circ}{\sin 89^\circ} / \cdot 8,9$$

$$b = 8,9 \cdot \frac{\sin 52,6^\circ}{\sin 89^\circ} = 7,1$$

$$\mathbf{a = 5,5 \text{ m, } b = 7,1 \text{ m}}$$



3)

1) Výpočet úhlu β

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$8,7^2 = 5,2^2 + 4,9^2 - 2 \cdot 5,2 \cdot 4,9 \cdot \cos \beta$$

$$75,69 = 27,04 + 24,01 - 50,96 \cdot \cos \beta$$

$$50,96 \cdot \cos \beta = 27,04 + 24,01 - 75,69$$

$$50,96 \cdot \cos \beta = -24,64 \quad / : 50,96$$

$$\cos \beta = -\frac{24,64}{50,96} = -0,4835$$

$$\beta = 118,9^\circ$$

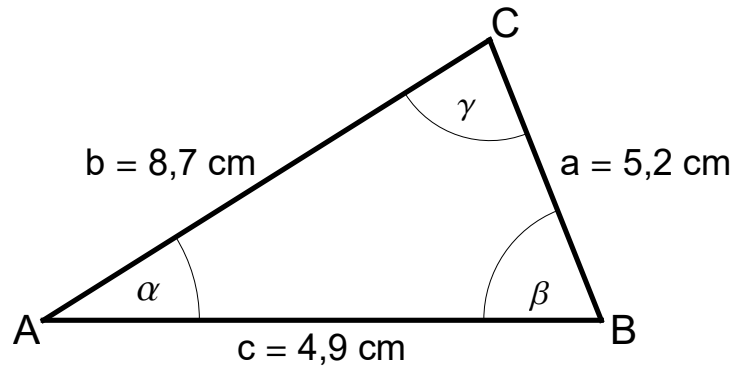
2) Výpočet úhlu γ (šlo by opět počítat pomocí kosinové věty, ale snadnější je použít sinovou větu)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 118,9^\circ} = \frac{4,9}{8,7} \quad / \cdot \sin 118,9^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 118,9^\circ \cdot \frac{4,9}{8,7} = 0,4931$$

$$\gamma = 29,5^\circ$$

$$\beta = 118,9^\circ, \gamma = 29,5^\circ$$



4)

1) Výpočet strany a

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = 8,4^2 + 9,2^2 - 2 \cdot 8,4 \cdot 9,2 \cdot \cos 47,3^\circ$$

$$a^2 = 50,38$$

$$a = 7,1$$

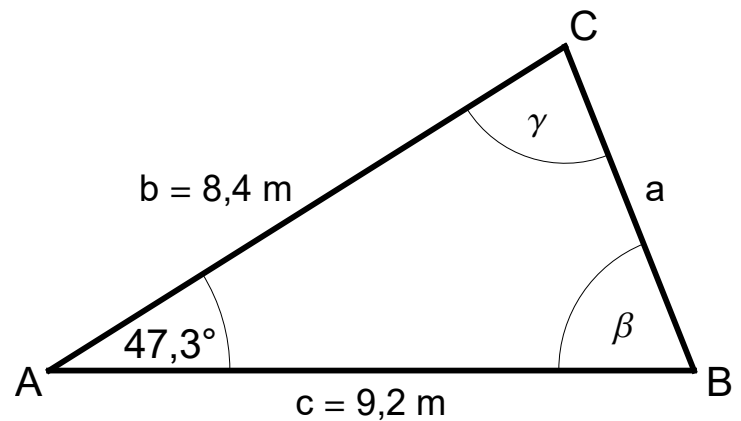
2) Výpočet úhlu β

$$\frac{\sin \beta}{\sin 47,3^\circ} = \frac{8,4}{7,1} \quad / \cdot \sin 47,3^\circ$$

$$\sin \beta = \sin 47,3^\circ \cdot \frac{8,4}{7,1} = 0,8695$$

$$\beta = 60,4^\circ$$

$$\mathbf{a = 7,1 \text{ m}, \beta = 60,4^\circ}$$



5)

1) Výpočet úhlu γ (musíme začít tímto prvkem, protože známe protilehlý prvek)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 85,8^\circ} = \frac{23,6}{34,8} / \cdot \sin 85,8^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 85,8^\circ \cdot \frac{23,6}{34,8} = 0,6763$$

$$\gamma = 42,6^\circ$$

2) Výpočet úhlu β

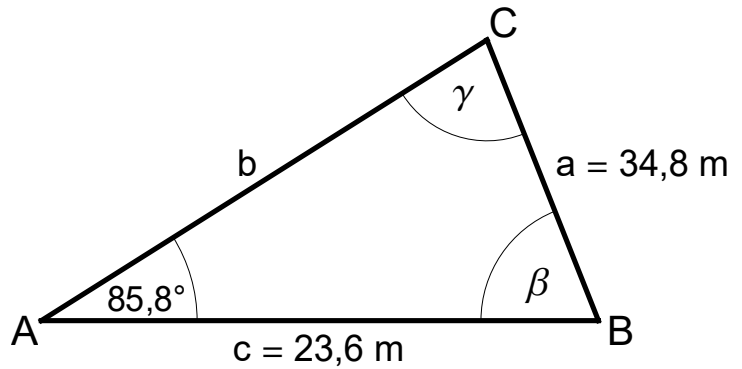
$$\beta = 180^\circ - 85,8^\circ - 42,6^\circ = 51,6^\circ$$

3) Výpočet strany b

$$\frac{b}{34,8} = \frac{\sin 51,6^\circ}{\sin 85,8^\circ} / \cdot 34,8$$

$$b = 34,8 \cdot \frac{\sin 51,6^\circ}{\sin 85,8^\circ} = 27,3$$

$$\mathbf{b = 27,3 \text{ m}}$$



6)

1) Výpočet strany c pomocí kosinové věty – nic jiného počítat nejde

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c^2 = 32,8^2 + 23,5^2 - 2 \cdot 32,8 \cdot 23,5 \cdot \cos 82,8^\circ$$

$$c^2 = 1434,88$$

$$c = 37,9$$

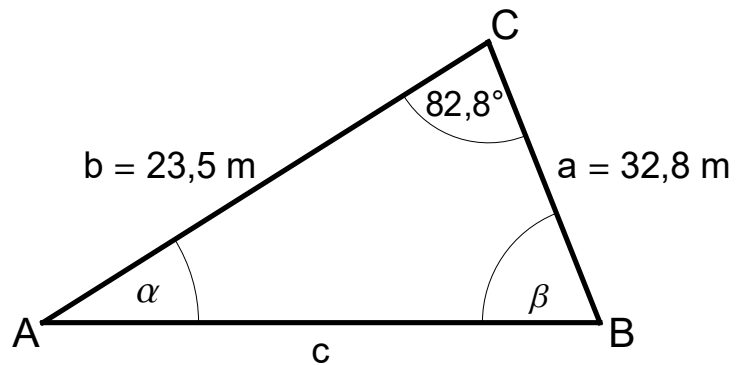
2) Výpočet velikosti úhlu α

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 82,8^\circ} = \frac{32,8}{37,9} / \cdot \sin 82,8^\circ$$

$$\sin \alpha = \sin 82,8^\circ \cdot \frac{32,8}{37,9} = 0,8586$$

$$\alpha = 59,2^\circ$$

$$\mathbf{\alpha = 59,2^\circ}$$



7)

1) Výpočet úhlu β

$$\beta = 180^\circ - 85,8^\circ - 22,4^\circ = 71,8^\circ$$

2) Výpočet strany a

$$\frac{a}{25,6} = \frac{\sin 85,8^\circ}{\sin 71,8^\circ} / \cdot 25,6$$

$$a = 25,6 \cdot \frac{\sin 85,8^\circ}{\sin 71,8^\circ} = 26,9$$

$$\mathbf{a = 26,9 \text{ m}}$$

