

## Exponenciální funkce

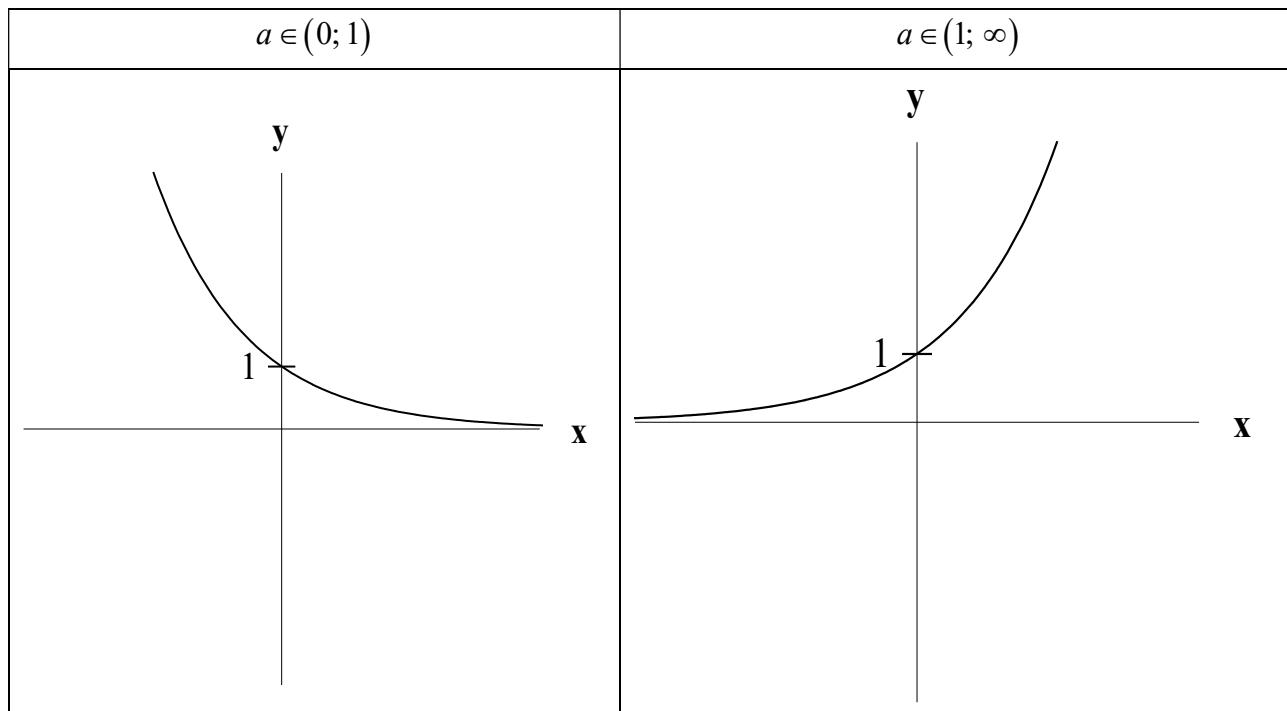
Exponenciální funkce o základu  $a$  je funkce určená funkční rovnicí

$$y = a^x \quad x \in \mathbb{R}$$
$$a \in (0;1) \cup (1;\infty)$$

Například

$$y = 3^x \quad y = 0,5^x \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

## Graf exponenciální funkce



Grafem exponenciální funkce je exponenciální křivka

## Základní vlastnosti exponenciální funkce

Obor funkčních hodnot exponenciální funkce je  $(0, \infty)$ .

Exponenciální funkce je pro:

☞  $a \in (1; \infty)$  rostoucí

☞  $a \in (0; 1)$  klesající

Graf každé exponenciální funkce prochází bodem  $[0, 1]$ .

## Význam exponenciální funkce $y = a^x$

Pro exponenciální funkci  $y = a^x$  platí: pokud se  $x$  zvětší o 1, tak se  $y$  změní o  $p\%$ . Počet  $p$  souvisí se základem exp. funkce  $a$ .

### Například

$y = 1,05^x$       jestliže se  $x$  zvětší o 1, pak se  $y$  zvětší o 5%

$y = 1,22^x$       jestliže se  $x$  zvětší o 1, pak se  $y$  zvětší o 22%

$y = 0,93^x$       jestliže se  $x$  zvětší o 1, pak se  $y$  zmenší o 7%

$y = 0,043^x$       jestliže se  $x$  zvětší o 1, pak se  $y$  zmenší o 95,7%

## Význam exponenciální funkce $y = k \cdot a^x$

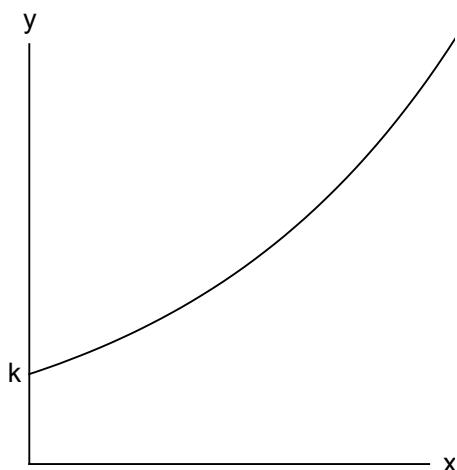
Pro exponenciální funkci  $y = k \cdot a^x$  platí: pokud se  $x$  zvětší o 1, tak se  $y$  změní o  $p\%$ . Počet  $p$  souvisí se základem exp. funkce  $a$ .

Nejdůležitějším případem exponenciální funkce je funkce  $y = k \cdot a^x$  s definičním oborem  $x \in \langle 0; +\infty \rangle$

$k$  „počáteční hodnota“, přesněji hodnota  $y$  pro  $x = 0$

### Exponenciální růst

Pro  $a \in (1; +\infty)$



### Například

$$y = 10\,000 \cdot 1,025^x$$

město má 10000 obyvatel, roční přírůstek je 2,5%

$$y = 25\,000 \cdot 1,085^x$$

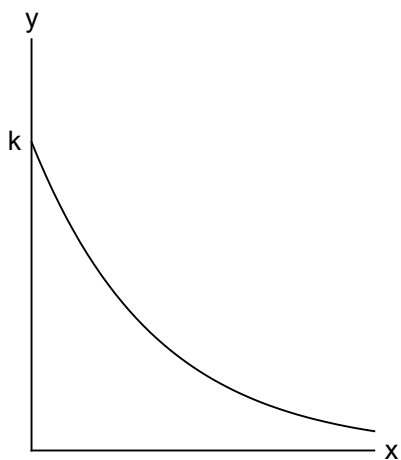
v lese je 25 000 m<sup>3</sup> dřeva, ročně naroste navíc 8,5%

$$y = 100\,000 \cdot 1,035^x$$

do banky uložíme 100 000 Kč s ročním úrokem 3,5%  
(nepočítáme daň z úroků)

## Exponenciální pokles

Pro  $a \in (0;1)$



Například

$$y = 5600 \cdot 0,97^x$$

vesnice má 5600 obyvatel, ročně ubývají 3%

$$y = 1500000 \cdot 0,89^x$$

cena stroje byla 1 500 000 Kč, ročně se odepisuje 11%