

Exponenciální funkce

Příklady

1) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální růst nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	4,8	5,76	6,912	8,2944	9,95328	11,94394	14,33272	17,19927

2) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální růst nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1,5	6	13,5	24	37,5	54	73,5	96

3) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální pokles nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	3,8	3,61	3,4295	3,258025	3,095124	2,940368	2,793349	2,653682

4) Vložíme 150 000 Kč do banky, kde nám zaručují každoroční úrok 1,5 %. Kolik peněz budeme mít na kontě po 6 letech (nebudeme ani ukládat ani vybírat)?

5) Kostohryzy mají 8 500 obyvatel a každým rokem ubývá 2,4% obyvatel. Kolik obyvatel budou mít Kostohryzy za 5 let při stejném úbytku?

6) V Tramtárii je nakaženo virem X k 1. dubnu 5 000 obyvatel, počet nakažených narůstá tempem 6% za týden.

a) Popište tuto situaci pomocí exponenciální funkce.

b) Vypočítejte, kolik bude nakažených za 4 týdny, pokud se nepřijmou žádná opatření a nákaza se bude šířit stejným tempem.

c) Vypočítejte, za kolik týdnů přesáhne počet nakažených 10 000.

Řešení

1) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální růst nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	4,8	5,76	6,912	8,2944	9,95328	11,94394	14,33272	17,19927

Jak poznáme exponenciální růst? Pokud se v tabulce x zvětšuje o 1, pak podíl „sousedních“ hodnot y musí být pořád stejný, udává **základ** exponenciální funkce. V tomto případě:

$$\frac{4,8}{4} = \frac{5,76}{4,8} = \frac{6,912}{5,76} = \frac{8,2944}{6,912} = \dots = 1,2 = a$$

„Počáteční“ hodnota $k = 4$ (je to hodnota y pro $x = 0$).

Funkční rovnice: $y = 4 \cdot 1,2^x$.

2) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální růst nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1,5	6	13,5	24	37,5	54	73,5	96

Nejedná se o exponenciální růst, protože podíl „sousedních“ hodnot y není stejný:

$$\frac{6}{1,5} \neq \frac{13,5}{6} \neq \frac{24}{13,5} \text{ atd.}$$

3) Určete, jestli data v následující tabulce představují exponenciální pokles nebo ne. Pokud ano, tak sestavte příslušnou funkční rovnici, pokud ne, tak zdůvodněte proč ne.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	3,8	3,61	3,4295	3,258025	3,095124	2,940368	2,793349	2,653682

$$\frac{3,8}{4} = \frac{3,61}{3,8} = \frac{3,4295}{3,61} = \frac{3,258025}{3,4295} = \dots = 0,95 = a$$

Funkční rovnice: $y = 4 \cdot 0,95^x$

4) Vložíme 150 000 Kč do banky, kde nám zaručují každoroční úrok 1,5 %. Kolik peněz budeme mít na kontě po 6 letech (nebudeme ani ukládat ani vybírat)?

Situaci je možné popsat exponenciální funkcí $y = 150000 \cdot 1,015^x$.

Po šesti letech: $y = 150000 \cdot 1,015^6 \doteq 164016$

Po šesti letech budeme mít na kontě 164 016 Kč.

5) Kostohryzy mají 8 500 obyvatel a každým rokem ubývá 2,4% obyvatel. Kolik obyvatel budou mít Kostohryzy za 5 let při stejném úbytku?

Situaci je možné popsat exponenciální funkcí $y = 8500 \cdot 0,976^x$.

Po pěti letech: $y = 8500 \cdot 0,976^5 \doteq 7528$

Kostohryzy budou mít po pěti letech 7528 obyvatel.

6) V Tramtárii je nakaženo virem X k 1. dubnu 5 000 obyvatel, počet nakažených narůstá tempem 6% za týden.

a) Popište tuto situaci pomocí exponenciální funkce.

b) Vypočítejte, kolik bude nakažených za 4 týdny.

c) Vypočítejte, za kolik týdnů přesáhne počet nakažených 10 000.

a) $y = 5\,000 \cdot 1,06^x$ x je počet týdnů

b) $y = 5\,000 \cdot 1,06^4 = 6\,312$

c) Tuto úlohu lze zatím řešit pouze zkusmo dosazováním stále větších čísel za x , vyjde 12 týdnů.

Pro přesný výpočet $x = 11,89566105$ je nutné použít logaritmy.