Logaritmické rovnice

Příklady logaritmických rovnic (neznámá je v logaritmu)

$\log_5(x-2)+\log_5(x+2)=\log_5(6-2x)$

$\log_2(2x-1)-8=\log_2(x+2)$

$\log(x+1)=3$

Základní logaritmické rovnice je možné řešit dvěma způsoby

1. způsob „logaritmus = číslo“

Tento způsob použijeme, jestliže se v rovnici vyskytuje kromě logaritmů i samostatné číslo.
Rovnici převedeme na tvar „logaritmus = číslo“ a pak použijeme pravidlo:
když se nám to hodí, tak místo $y=\log_a x$ *můžeme napsat* $x=a^y$
a řešíme rovnici bez logaritmů (místo x tam je obvykle nějaká „závorka“).

Např.:

$\log_3(x+1)=5$

$x+1=3^5$

$x+1=243$

$x=242$

2. způsob „logaritmus = logaritmus“

Tento způsob použijeme, jestliže se v rovnici vyskytují pouze logaritmy.
Rovnici převedeme na tvar „logaritmus = logaritmus“ a pak použijeme pravidlo:
jestliže $\log_a A=\log_a B$, pak $A=B$ a řešíme rovnici bez logaritmů (místo A a B tam jsou obvykle nějaké závorky).

Např.:

$\log_3(4x-9)=\log_3(2x-3)$

$4x-9=2x-3$

$2x=6$

$x=3$

Pro převod zadané logaritmické rovnice na tvar „logaritmus = číslo“ nebo „logaritmus = logaritmus“ používáme věty o logaritmech:

1) $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$

součet dvou logaritmů můžeme nahradit jedním logaritmem součinu

2) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

rozdíl dvou logaritmů můžeme nahradit jedním logaritmem podílu

3) $n \cdot \log_a x = \log_a x^n$

číslo před logaritmem dáme do exponentu logaritmovaného výrazu

POZOR: vypočítané *x* ještě nemusí být řešením dané logaritmické rovnice, protože logaritmus existuje pouze pro kladná čísla. Musíme proto ověřit, jestli pro toto *x* jsou všechny logaritmované výrazy kladné. Pokud ne, tak rovnice nemá řešení.

Případně určíme definiční obor rovnice a ověříme, jestli vypočtené kořeny do něho patří.