

Logaritmické rovnice

Logaritmické rovnice typu „logarithmus = číslo“

1) $\log_5 x = 3$

2) $\log_4 (x + 3) = 2$

3) $\log_3 (2x) = 4$

4) $\log_2 3 + \log_2 (5x) = 4$

5) $\log 0,1 + \log (2x) = 1$

6) $\log_3 x + \log_3 27 = 1$

7) $\log 1000 = 4 - \log x$

8) $2 \log x = 1$

9) $3 \log_5 x = 1$

10) $\log x - \log 2 = 3$

11) $\log_2 (2x) - \log_2 8 = 1$

12) $\log (3x) = 2 + \log 6$

13) $\log_5 (x - 2) + \log_5 (2x + 1) = 2$

14) $\log (7x + 6) = 1 + \log (3x - 4)$

15) $\log_3 (x + 1) = 1 - \log_3 (x + 3)$

Řešení

1)

$$\log_5 x = 3$$

$$x = 5^3$$

$x = 125$ vyhovuje

$$P = \{125\}$$

2)

$$\log_4(x+3) = 2$$

$$x+3 = 4^2$$

$$x+3 = 16$$

$x = 13$ vyhovuje

$$P = \{13\}$$

3)

$$\log_3(2x) = 4$$

$$2x = 3^4$$

$x = 40,5$ vyhovuje

$$P = \{40,5\}$$

4)

$$\log_2 3 + \log_2(5x) = 4$$

$$\log_2(15x) = 4$$

$$15x = 2^4$$

$x = \frac{16}{15}$ vyhovuje

$$P = \left\{ \frac{16}{15} \right\}$$

5)

$$\log 0,1 + \log(2x) = 1$$

$$\log(0,1 \cdot 2x) = 1$$

$$\log(0,2x) = 1$$

$$0,2x = 10^1$$

$x = 50$ vyhovuje

$$P = \{50\}$$

6)

$$\log_3 x + \log_3 27 = 1$$

$$\log_3 (27x) = 1$$

$$27x = 3^1$$

$$x = \frac{1}{9} \text{ vyhovuje}$$

$$P = \left\{ \frac{1}{9} \right\}$$

7)

$$\log 1000 = 4 - \log x$$

$$\log 1000 + \log x = 4$$

$$\log(1000x) = 4$$

$$1000x = 10^4$$

$$x = 10 \text{ vyhovuje}$$

$$P = \{10\}$$

8)

$$2 \log x = 1 \quad / : 2$$

$$\log x = \frac{1}{2}$$

$$x = 10^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \sqrt{10} \text{ vyhovuje}$$

$$P = \{\sqrt{10}\}$$

9)

$$3 \log_5 x = 1$$

$$\log_5 x = \frac{1}{3}$$

$$x = 5^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \sqrt[3]{5}$$

$$P = \{\sqrt[3]{5}\}$$

10)

$$\log x - \log 2 = 3$$

$$\log \frac{x}{2} = 3$$

$$\frac{x}{2} = 10^3$$

$x = 2000$ vyhovuje

$$P = \{2000\}$$

11)

$$\log_2(2x) - \log_2 8 = 1$$

$$\log_2 \frac{2x}{8} = 1$$

$$\frac{2x}{8} = 2^1$$

$$2x = 16$$

$x = 8$ vyhovuje

$$P = \{8\}$$

12)

$$\log(3x) = 2 + \log 6$$

$$\log(3x) - \log 6 = 2$$

$$\log \frac{3x}{6} = 2$$

$$\frac{3x}{6} = 10^2$$

$x = 200$ vyhovuje

$$P = \{200\}$$

13)

$$\log_5(x-2) + \log_5(2x+1) = 2$$

$$\log_5[(x-2)(2x+1)] = 2$$

$$(x-2)(2x+1) = 5^2$$

$$2x^2 + x - 4x - 2 = 25$$

$$2x^2 - 3x - 27 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27) = 225$$

$$x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{225}}{2 \cdot 2} = \frac{9}{2}$$

$$x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{225}}{2 \cdot 2} = -3$$

Vyhovuje pouze $x = \frac{9}{2}$

$$P = \left\{ \frac{9}{2} \right\}$$

14)

$$\log(7x+6) = 1 + \log(3x-4)$$

$$\log(7x+6) - \log(3x-4) = 1$$

$$\log \frac{7x+6}{3x-4} = 1$$

$$\frac{7x+6}{3x-4} = 10 \quad / \cdot 3x-4$$

$$7x+6 = 30x-40$$

$$-23x = -46 \quad / : (-23)$$

$$x = 2 \text{ vyhovuje}$$

$$P = \{2\}$$

15)

$$\log_3(x+1) = 1 - \log_3(x+3)$$

$$\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$$

$$\log_3[(x+1)(x+3)] = 1$$

$$(x+1)(x+3) = 3$$

$$x^2 + 3x + x + 3 = 3$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -4$$

Vyhovuje pouze $x_1 = 0$

$$P = \{0\}$$