

# Trigonometrické věty

## Zadání

- 1) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $b = 5,3$  m,  $c = 2,4$  m,  $\beta = 54,6^\circ$ . Určete velikost strany  $a$  a velikost úhlu  $\alpha$ .
- 2) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $\alpha = 38,4^\circ$ ,  $\beta = 52,6^\circ$ ,  $c = 8,9$  m. Určete velikosti stran  $a$  a  $b$ .
- 3) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $a = 5,2$  m,  $b = 8,7$  m,  $c = 4,9$  m. Určete velikosti úhlů  $\beta$  a  $\gamma$ .
- 4) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $b = 8,4$  m,  $c = 9,2$  m,  $\alpha = 47,3^\circ$ . Určete stranu  $a$  a úhel  $\beta$ .
- 5) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $\alpha = 85,8^\circ$ ,  $a = 34,8$  m,  $c = 23,6$  m. Určete velikost strany  $b$ .
- 6) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $\gamma = 82,8^\circ$ ,  $a = 32,8$  m,  $b = 23,5$  m. Určete velikost úhlu  $\alpha$ .
- 7) V  $\triangle ABC$  je dáno:  $\alpha = 85,8^\circ$ ,  $b = 25,6$  m,  $\gamma = 22,4^\circ$ . Určete velikost strany  $a$ .

## Řešení

1) Známe protilehlé prvky  $b, \beta$  – proto použijeme sinovou větu.

1) Výpočet úhlu  $\gamma$  (musíme začít tímto prvkem, protože známe protilehlý prvek)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 54,6^\circ} = \frac{2,4}{5,3} / \cdot \sin 54,6^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 54,6^\circ \cdot \frac{2,4}{5,3} = 0,3691$$

$$\gamma = 21,7^\circ$$

2) Výpočet úhlu  $\alpha$

$$\alpha = 180^\circ - 54,6^\circ - 21,7^\circ = 103,7^\circ$$

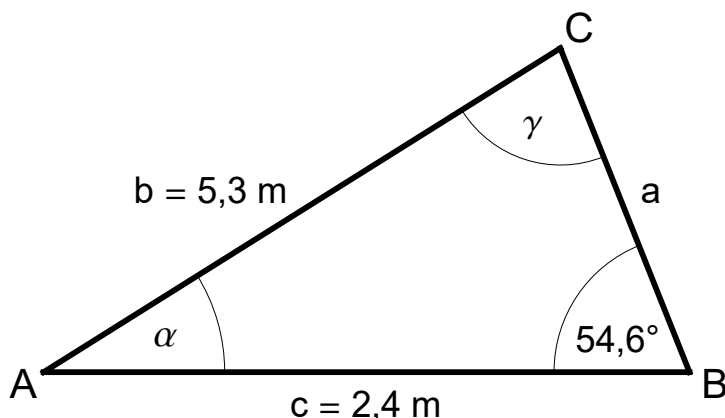
3) Výpočet strany  $a$

$$\frac{a}{5,3} = \frac{\sin 103,7^\circ}{\sin 54,6^\circ} / \cdot 5,3$$

$$a = 5,3 \cdot \frac{\sin 103,7^\circ}{\sin 54,6^\circ} = 6,3$$

**$a = 6,3$  m,  $\alpha = 103,7^\circ$**

---



2) Budeme znát protilehlé prvky  $c, \gamma$  – proto použijeme sinovou větu.

1) Výpočet úhlu  $\gamma$  (musíme začít tímto prvkem, abychom měli dvojici protilehlých prvků)

$$\gamma = 180^\circ - 38,4^\circ - 52,6^\circ = 89^\circ$$

2) Výpočet strany  $a$

$$\frac{a}{8,9} = \frac{\sin 38,4^\circ}{\sin 89^\circ} / \cdot 8,9$$

$$a = 8,9 \cdot \frac{\sin 38,4^\circ}{\sin 89^\circ} = 5,5$$

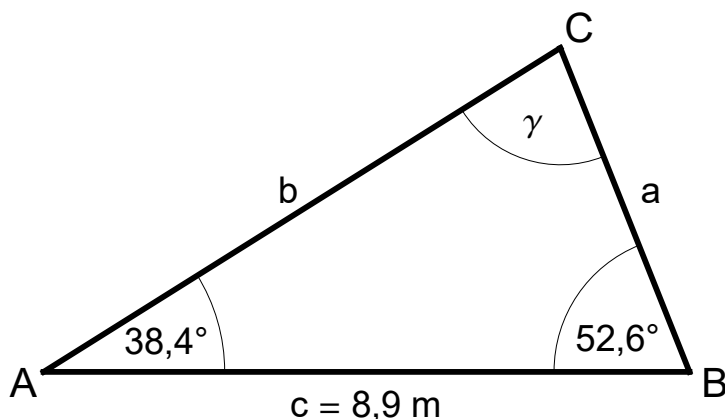
3) Výpočet strany  $b$

$$\frac{b}{8,9} = \frac{\sin 52,6^\circ}{\sin 89^\circ} / \cdot 8,9$$

$$b = 8,9 \cdot \frac{\sin 52,6^\circ}{\sin 89^\circ} = 7,1$$

**$a = 5,5$  m,  $b = 7,1$  m**

---



3) Neznáme protilehlé prvky strana – úhel, proto použijeme kosinovou větu.

1) Výpočet úhlu  $\beta$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$8,7^2 = 5,2^2 + 4,9^2 - 2 \cdot 5,2 \cdot 4,9 \cdot \cos \beta$$

$$75,69 = 27,04 + 24,01 - 50,96 \cdot \cos \beta$$

$$50,96 \cdot \cos \beta = 27,04 + 24,01 - 75,69$$

$$50,96 \cdot \cos \beta = -24,64 \quad / : 50,96$$

$$\cos \beta = -\frac{24,64}{50,96} = -0,4835$$

$$\beta = 118,9^\circ$$

2) Výpočet úhlu  $\gamma$  (šlo by opět počítat pomocí kosinové věty, ale snadnější je použít sinovou větu)

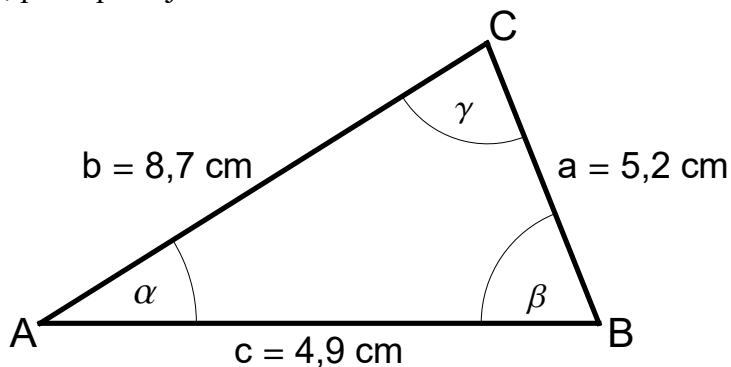
$$\frac{\sin \gamma}{\sin 118,9^\circ} = \frac{4,9}{8,7} \quad / \cdot \sin 118,9^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 118,9^\circ \cdot \frac{4,9}{8,7} = 0,4931$$

$$\gamma = 29,5^\circ$$

$$\beta = 118,9^\circ, \gamma = 29,5^\circ$$

---



4) Neznáme protilehlé prvky strana – úhel, proto použijeme kosinovou větu.

1) Výpočet strany  $a$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = 8,4^2 + 9,2^2 - 2 \cdot 8,4 \cdot 9,2 \cdot \cos 47,3^\circ$$

$$a^2 = 50,38$$

$$a = 7,1$$

2) Výpočet úhlu  $\beta$

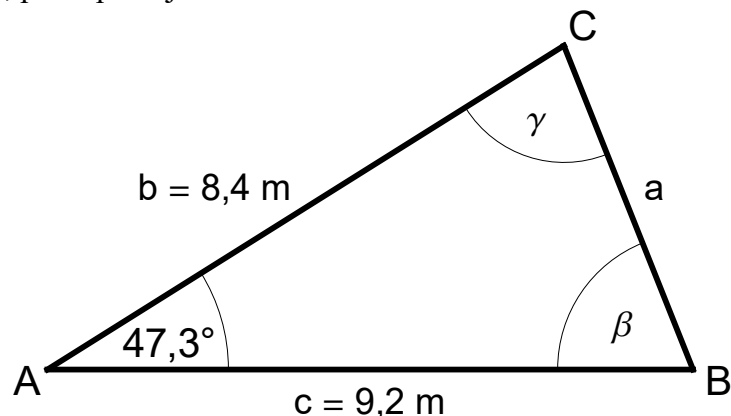
$$\frac{\sin \beta}{\sin 47,3^\circ} = \frac{8,4}{7,1} \quad / \cdot \sin 47,3^\circ$$

$$\sin \beta = \sin 47,3^\circ \cdot \frac{8,4}{7,1} = 0,8695$$

$$\beta = 60,4^\circ$$

$$a = 7,1 \text{ m}, \beta = 60,4^\circ$$

---



5) Známe protilehlé prvky  $a, \alpha$  – proto použijeme sinovou větu.

1) Výpočet úhlu  $\gamma$  (musíme začít tímto prvkem, protože známe protilehlý prvek)

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 85,8^\circ} = \frac{23,6}{34,8} / \cdot \sin 85,8^\circ$$

$$\sin \gamma = \sin 85,8^\circ \cdot \frac{23,6}{34,8} = 0,6763$$

$$\gamma = 42,6^\circ$$

2) Výpočet úhlu  $\beta$

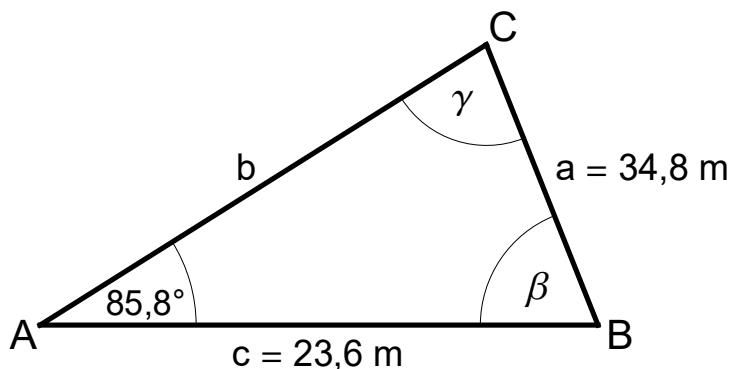
$$\beta = 180^\circ - 85,8^\circ - 42,6^\circ = 51,6^\circ$$

3) Výpočet strany  $b$

$$\frac{b}{34,8} = \frac{\sin 51,6^\circ}{\sin 85,8^\circ} / \cdot 34,8$$

$$b = 34,8 \cdot \frac{\sin 51,6^\circ}{\sin 85,8^\circ} = 27,3$$

$$\mathbf{b = 27,3 \text{ m}}$$



6) Neznáme protilehlé prvky strana – úhel, proto použijeme kosinovou větu.

1) Výpočet strany  $c$  pomocí kosinové věty – nic jiného počítat nejde

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c^2 = 32,8^2 + 23,5^2 - 2 \cdot 32,8 \cdot 23,5 \cdot \cos 82,8^\circ$$

$$c^2 = 1434,88$$

$$c = 37,9$$

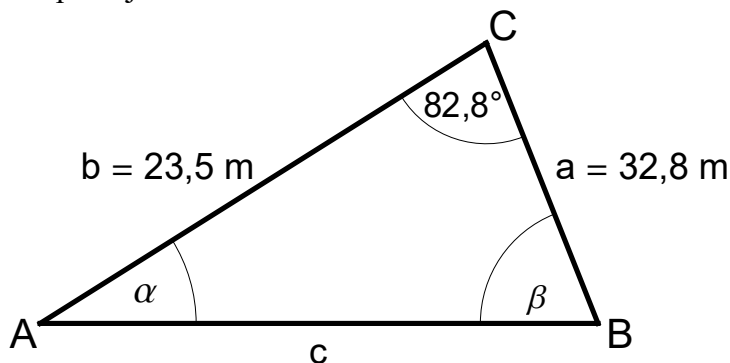
2) Výpočet velikosti úhlu  $\alpha$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 82,8^\circ} = \frac{32,8}{37,9} / \cdot \sin 82,8^\circ$$

$$\sin \alpha = \sin 82,8^\circ \cdot \frac{32,8}{37,9} = 0,8586$$

$$\alpha = 59,2^\circ$$

$$\mathbf{\alpha = 59,2^\circ}$$



7) Budeme znát protilehlé prvky  $b, \beta$  – proto použijeme sinovou větu.

1) Výpočet úhlu  $\beta$

$$\beta = 180^\circ - 85,8^\circ - 22,4^\circ = 71,8^\circ$$

2) Výpočet strany  $a$

$$\frac{a}{25,6} = \frac{\sin 85,8^\circ}{\sin 71,8^\circ} / \cdot 25,6$$

$$a = 25,6 \cdot \frac{\sin 85,8^\circ}{\sin 71,8^\circ} = 26,9$$

$$\mathbf{a = 26,9 \text{ m}}$$

