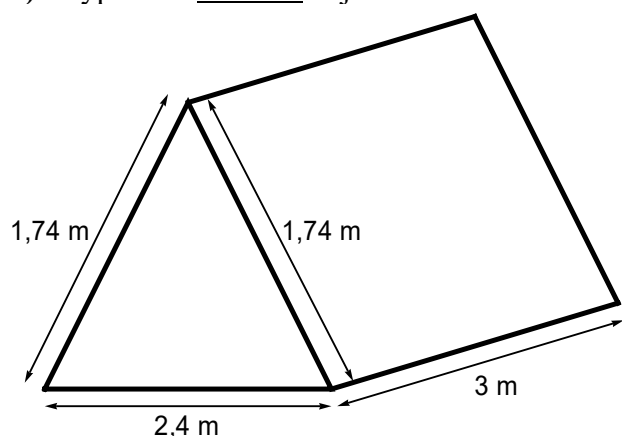


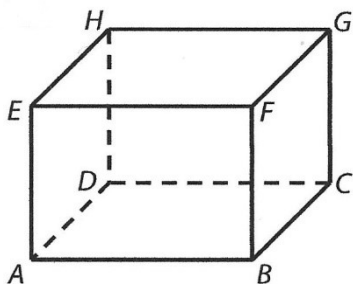
Hranol, válec

Příklady, 2. část

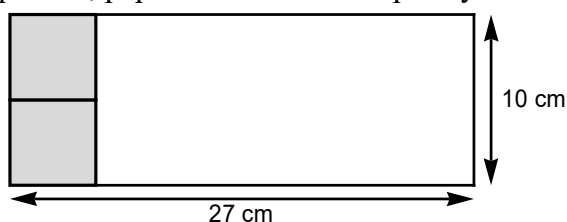
- 1) Jaká je výška nádoby tvaru pravidelného šestibokého hranolu s podstavou o obsahu $0,5 \text{ dm}^2$, kterou tři čtvrtlitrové hrnky vody naplní až po okraj?
- 2) Součet délek všech hran krychle je 24 cm. Jak velký je povrch této krychle?
- 3) Kvádr s podstavou o rozměrech 17 cm a 13 cm má povrch $1\,342 \text{ cm}^2$. Vypočítejte výšku kvádrů.
- 4) Vypočítejte v litrech objem vzduchu ve stanu.



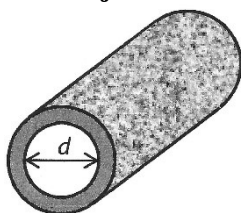
- 5) Rotační válec, jehož výška je rovna průměru podstavy, má objem 1 litr. Vypočítejte v cm výšku tohoto válce. Výsledek zaokrouhlete na desetiny cm.
- 6) V kvádru ABCDEFGH se čtvercovou podstavou ABCD platí: Vrchol C je od hrany GH ve vzdálenosti 3 cm stejně jako od stěnové úhlopříčky BD, tedy $|C; \leftrightarrow GH| = |C; \leftrightarrow BD| = 3 \text{ cm}$. Jaký je objem kvádrů?



- 7) Z papírového obdélníku s rozměry 27 cm x 10 cm se zhotoví kvádr. Vyznačené tmavé čtverce se použijí na podstavy kvádrů, bílá část se beze zbytku rozstříhá na boční stěny kvádrů. Kvádr se po hranách spojí lepící páskou, papír se nebude nikde překrývat. Jaký je objem kvádrů?

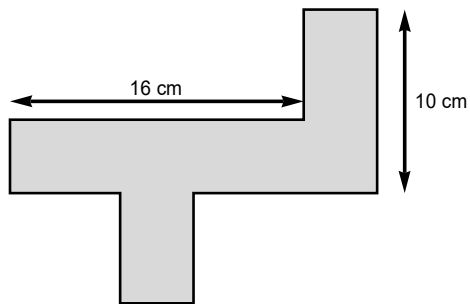


- 8) Podél travnatého hřiště je natažena zahradní hadice. V libovolné části hadice řez vedený kolmo k ose hadice vytvoří mezikruží s vnitřním průměrem $d = 26,3 \text{ mm}$. (Deformaci hadice neuvažujeme.) Jaké největší množství vody může obsahovat natažená hadice délky 50 m?



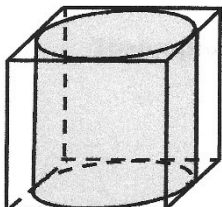
- 9) Rotační válec má průměr podstavy 12 cm a obsah pláště $60\pi \text{ cm}^2$. Jaký je objem válce?

10) Na obrázku je síť kvádrů se čtvercovou podstavou.



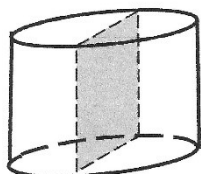
Jaký je povrch kvádrů?

11) Do krabice tvaru krychle je vložen válec o objemu 570 cm^3 . Válec se dotýká všech stěn krabice.



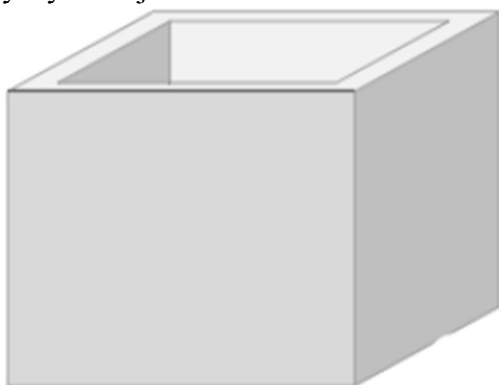
Jaká je výška válce (zaokrouhlená na desetiny cm)?

12) Výška rotačního válce je 4 cm. Osový řez válce má obsah 24 cm^2 .



Vypočítejte v cm^3 objem rotačního válce.

13) Kád' tvaru kvádrů je vodou naplněna po okraj. Vnější rozměry dna kádě jsou 120 cm a 60 cm, vnější rozměr výšky kádě je 95 cm. Tloušťka všech stěn i dna je 5 cm.



Kolik litrů vody se vešlo do kádě?

14) Kád' na ryby tvaru válce s podstavou o obsahu $14\,000 \text{ cm}^2$ má objem 600 litrů. Kád' je naplněna vodou pouze do tří čtvrtin. V jaké výšce ode dna (s přesností na cm) je vodní hladina?

15) Nádoba tvaru válce má průměr podstavy 0,62 m a obsah podstavy je roven obsahu pláště. Nejvýše kolik litrů vody můžeme nalít do nádoby?

Řešení

1)

Objem hranolu je $3 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ litrů} = 0,75 \text{ dm}^3$.

$$V = S_p \cdot v$$

$$v = \frac{V}{S_p} = \frac{0,75}{0,5} = 1,5 \text{ dm}$$

Výška nádoby je 1,5 dm.

2)

Krychle má 12 hran, jedna hrana má velikost $\frac{24}{12} = 2 \text{ cm}$. Povrch krychle je $S = 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 24 \text{ cm}^2$.

Povrch krychle je 24 cm².

3)

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

$$S = 2ab + 2bc + 2ac$$

$$S - 2ab = 2bc + 2ac$$

$$S - 2ab = c(2b + 2a)$$

$$c = \frac{S - 2ab}{2a + 2b} = \frac{1342 - 2 \cdot 17 \cdot 13}{2 \cdot 17 + 2 \cdot 13} = 15 \text{ cm}$$

Výška kvádrů je 15 cm.

4)

Stan je trojboký hranol. Trojúhelníkový vstup je podstava hranolu, délka stanu (3 m) je výška hranolu. Objem máme uvést v litrech, proto je nejlepší si rozměry převést na decimetry a objem pak vyjde v litrech.

Obsah podstavy lze vypočítat podle Heronova vzorce, jednodušší je ale spočítat výšku trojúhelníku a pak použít

$$\text{vzorec } S = \frac{z \cdot v}{2}.$$

$$\text{Podle Pythagorovy věty: } v = \sqrt{1,74^2 - 1,2^2} = 1,26 \text{ m} = 12,6 \text{ dm}$$

$$\text{Podstava hranolu: } S_p = \frac{z \cdot v}{2} = \frac{24 \cdot 12,6}{2} = 151,2 \text{ dm}^2$$

$$\text{Objem hranolu: } V = S_p \cdot v = 151,2 \cdot 30 = 4536 \text{ dm}^3 = 4536 \text{ l}$$

Objem vzduchu ve stanu je 4 536 litrů.

5)

$$v = d = 2r$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = \pi r^2 \cdot 2r$$

$$V = 2\pi r^3$$

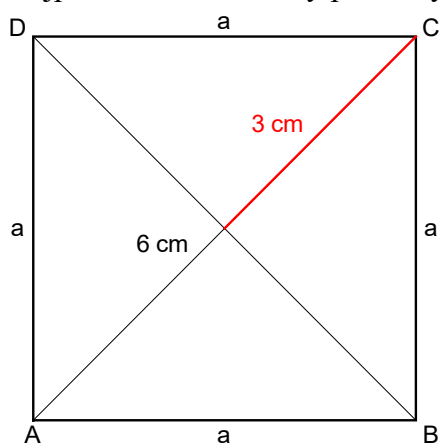
$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2 \cdot 3,14}} = 0,542 \text{ dm} = 5,42 \text{ cm}$$

$$v = 2r = 2 \cdot 5,42 = 10,8 \text{ cm}$$

Výška válce je 10,8 cm.

6)

Nejprve určíme rozměry podstavy:



$$a^2 + a^2 = 6^2$$

$$2a^2 = 36$$

$$a = \sqrt{18} \text{ cm}$$

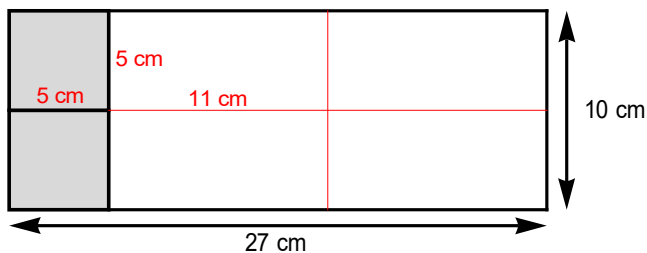
Vrchol C je od hrany GH ve vzdálenosti 3 cm $\Rightarrow v = 3 \text{ cm}$

$$V = S_p \cdot v = a^2 \cdot v = (\sqrt{18})^2 \cdot 3 = 54 \text{ cm}^3$$

Objem kvádrů je 54 cm³.

7)

Do obrázku doplníme potřebné údaje:



Rozměry kvádrů jsou:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$c = 11 \text{ cm}$$

$$V = abc = 5 \cdot 5 \cdot 11 = 275 \text{ cm}^3.$$

Objem kvádrů je 275 cm³.

8)

$$d = 26,3 \text{ mm} = 0,263 \text{ dm}$$

$$v = 50 \text{ m} = 500 \text{ dm}$$

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v = \frac{\pi \cdot 0,263^2}{4} \cdot 500 = 27,15 \text{ dm}^3 = 27,15 \text{ l}$$

Hadice může obsahovat až 27,15 litrů vody.

9)

V MFCHT najdeme vzorec pro povrch válce, musíme si ho upravit:

$$S = 2\pi r(r + v) = \underbrace{2\pi r^2}_{\text{podstavy}} + \underbrace{2\pi r v}_{\text{plášť}}$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

$$2\pi r v = 60\pi \quad /: \pi, \text{ dosazení } r$$

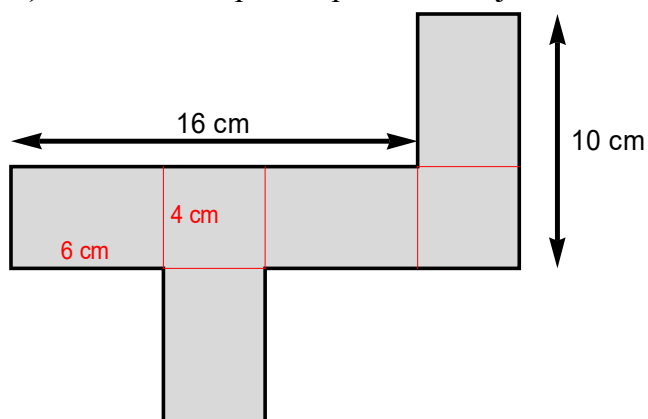
$$2 \cdot 6 \cdot v = 60$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 v = \pi \cdot 6^2 \cdot 5 = 180\pi \text{ cm}^3 = 565,2 \text{ cm}^3$$

Objem válce je 565,2 cm³.

10) Do obrázku doplníme potřebné údaje:



Rozměry kvádrů se čtvercovou podstavou jsou a , a , c .

$$16 \text{ cm} = 2c + a$$

$$10 \text{ cm} = c + a$$

$$c = 6 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$S = 2(ab + bc + ac) = 2(4 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 6) = 128 \text{ cm}^2$$

Povrch kvádrů je 128 cm².

11)

$$v = d = 2r$$

$$V = \pi r^2 v$$

$$570 = \pi \cdot r^2 \cdot 2r$$

$$570 = 2\pi r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{570}{2\pi}} = 4,49 \text{ cm}$$

$$v = 2r = 2 \cdot 4,49 = 8,98 \text{ cm} \doteq 9 \text{ cm}$$

Výška válce je 9 cm.

12)

$$\text{Obsah osového řezu je } S = d \cdot v \Rightarrow d = \frac{S}{v} = \frac{24}{4} = 6 \text{ cm}; r = 3 \text{ cm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 113 \text{ cm}^3$$

Objem válce je 113 cm³.

13)

$$a = 120 - 2 \cdot 5 = 110 \text{ cm} = 11 \text{ dm}$$

$$b = 60 - 2 \cdot 5 = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$$

$$c = 95 - 5 = 90 \text{ cm} = 9 \text{ dm}$$

$$V = abc = 11 \cdot 5 \cdot 9 = 495 \text{ dm}^3 = 495 \text{ l}$$

Do kádě se vešlo 495 litrů vody.

14)

$$S_p = 14000 \text{ cm}^2 = 140 \text{ dm}^2$$

$$V = 600 \text{ dm}^3$$

$$V = S_p \cdot v$$

$$v = \frac{V}{S_p} = \frac{600}{140} = \frac{30}{7} \text{ dm}$$

$$\text{do tří čtvrtin: } \frac{3}{4} \cdot \frac{30}{7} = \frac{45}{14} \text{ dm} \doteq 3,21 \text{ dm} = 32,1 \text{ cm}$$

Vodní hladina je 32 cm ode dna.

15)

$$r = 0,31 \text{ m} = 3,1 \text{ dm}$$

V MFCHT najdeme vzorec pro povrch válce, musíme si ho upravit:

$$S = 2\pi r(r + v) = \underbrace{2\pi r^2}_{\text{podstavy}} + \underbrace{2\pi r v}_{\text{plášť}}$$

$$\pi r^2 = 2\pi r v$$

$$v = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} = \frac{3,1}{2} = 1,55 \text{ dm}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v = \pi \cdot 3,1^2 \cdot 1,55 = 46,77 \text{ l}$$

Do nádoby můžeme nalít nejvýše 46,77 litrů vody.
