

## Komolý jehlan, komolý kužel

### Příklady

- 1) Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li délka hrany dolní podstavy 52 cm, délka hrany horní podstavy 36 cm a stěnová výška 24 cm.
- 2) Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li délka hrany dolní podstavy 56 cm, délka hrany horní podstavy 32 cm a tělesová výška 20 cm.
- 3) Kolik  $\text{m}^3$  uhlí se vejde do násypného koše tvaru převráceného komolého jehlanu, jestliže délka strany čtvercového dna je 95 cm a délka strany horního čtvercového otvoru je 1,2 m? Hloubka koše je 0,8 m.
- 4) Vypočítejte obsah pláště, povrch a objem komolého kužele, je-li:  $d_1 = 2,5$  m,  $d_2 = 1,4$  m,  $v = 1,8$  m.
- 5) Určete povrch komolého rotačního kužele, je-li dán jeho objem  $300 \text{ m}^3$  a poloměry podstav 7,2 m a 4,8 m.
- 6) Z plechu se má zhotovit otevřená nádoba tvaru komolého rotačního kužele o straně délky 65 cm. Průměr horní části nádoby má být 58 cm, průměr dna 32 cm. Vypočítejte, kolik kg barvy bude potřeba na natření celé nádoby (vnější i vnitřní strany), jestliže na  $1 \text{ m}^2$  je potřeba 1,25 kg barvy.

## Řešení

- 1) Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li délka hrany dolní podstavy 52 cm, délka hrany horní podstavy 36 cm a stěnová výška 24 cm.

### Řešení

$$a_1 = 52 \text{ cm}$$

$$a_2 = 36 \text{ cm}$$

$$v' = 24 \text{ cm}$$

S těmito údaji můžeme spočítat hned povrch tělesa:

$$S = S_1 + S_2 + S_{pl}$$

$$S_1 = a_1^2 = 52^2 = 2704 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 36^2 = 1296 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot v' = 4 \cdot \frac{52 + 36}{2} \cdot 24 = 4224 \text{ cm}^2$$

$$S = 2704 + 1296 + 4224 = 8224 \text{ cm}^2$$

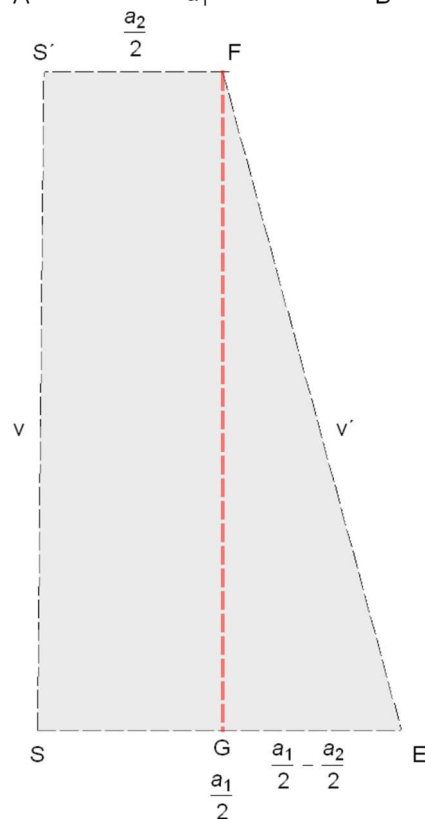
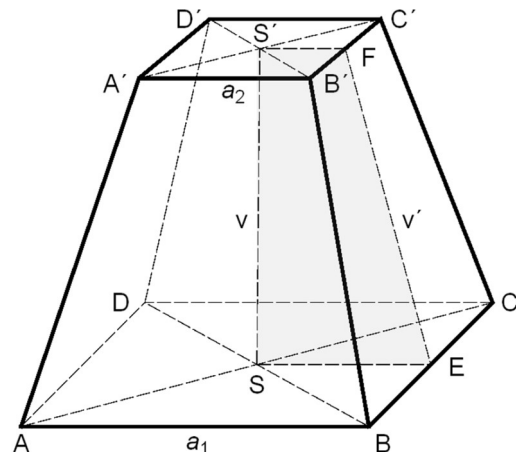
Pro výpočet objemu potřebujeme znát výšku tělesa  $v$ , vypočítáme ji z pravoúhlého trojúhelníku GEF:

$$v = \sqrt{v'^2 - \left(\frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2}\right)^2} = \sqrt{24^2 - (26 - 18)^2} = 22,63 \text{ cm}$$

$$V = \frac{v}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$V = \frac{22,63}{3} \cdot (2704 + \sqrt{2704 \cdot 1296} + 1296)$$

$$V = 44294 \text{ cm}^3$$



**Povrch tělesa je 8 224 cm<sup>2</sup>, objem tělesa je 44 294 cm<sup>3</sup>.**

- 2) Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li délka hrany dolní podstavy 56 cm, délka hrany horní podstavy 32 cm a tělesová výška 20 cm.

**Řešení**

$$a_1 = 56 \text{ cm}$$

$$a_2 = 32 \text{ cm}$$

$$v = 20 \text{ cm}$$

S těmito údaji můžeme spočítat hned objem tělesa:

$$S_1 = a_1^2 = 56^2 = 3136 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 32^2 = 1024 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{v}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$V = \frac{20}{3} \cdot (3136 + \sqrt{3136 \cdot 1024} + 1024)$$

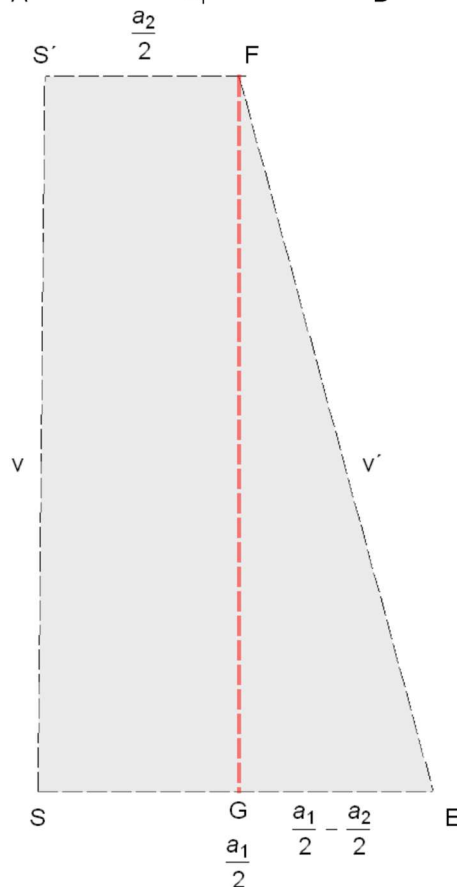
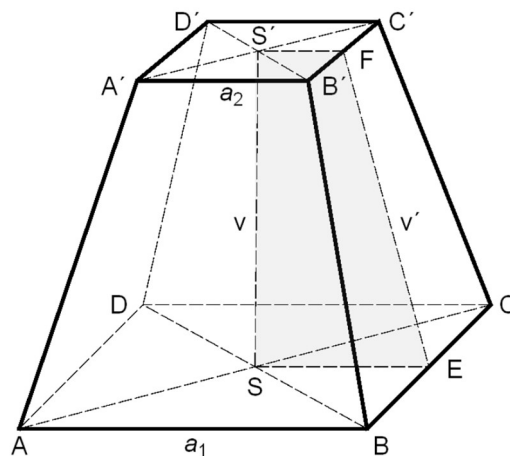
$$V = 39\,680 \text{ cm}^3$$

Pro výpočet povrchu potřebujeme znát stěnovou výšku tělesa  $v'$ , vypočítáme ji z pravoúhlého trojúhelníku GEF:

$$v' = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2}\right)^2} = \sqrt{20^2 + (28 - 16)^2} = 23,32 \text{ cm}$$

$$S_{pl} = 4 \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot v' = 4 \cdot \frac{56 + 32}{2} \cdot 23,32 = 4104,32 \text{ cm}^2$$

$$S = 3136 + 1024 + 4104 = 8264 \text{ cm}^2$$



**Povrch tělesa je 8 264 cm<sup>2</sup>, objem tělesa je 39 680 cm<sup>3</sup>.**

- 3) Kolik  $m^3$  uhlí se vejde do násypného koše tvaru převráceného komolého jehlanu, jestliže délka strany čtvercového dna je 95 cm a délka strany horního čtvercového otvoru je 1,2 m? Hloubka koše je 0,8 m.

**Řešení**

$$a_1 = 0,95 \text{ m}$$

$$a_2 = 1,2 \text{ m}$$

$$v = 0,8 \text{ cm}$$

$$S_1 = a_1^2 = 0,95^2 = 0,9025 \text{ m}^2$$

$$S_2 = a_2^2 = 1,2^2 = 1,44 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{v}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$V = \frac{0,8}{3} \cdot (0,9025 + \sqrt{0,9025 \cdot 1,44} + 1,44)$$

$$V = 0,93 \text{ m}^3$$

**Do koše se vejde 0,93  $m^3$  uhlí.**

- 4) Vypočítejte obsah pláště, povrch a objem komolého kužele, je-li:  $d_1 = 2,5 \text{ m}$ ,  $d_2 = 1,4 \text{ m}$ ,  $v = 1,8 \text{ m}$ .

**Řešení**

$$r_1 = 1,25 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,7 \text{ m}$$

$$v = 1,8 \text{ m}$$

Objem můžeme vypočítat hned:

$$V = \frac{\pi v}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$V = \frac{3,14 \cdot 1,8}{3} \cdot (1,25^2 + 1,25 \cdot 0,7 + 0,7^2)$$

$$V = 5,52 \text{ m}^3$$

Pro výpočet obsahu pláště a povrchu potřebujeme znát stranu  $s$ , spočítáme ji z pravoúhlého trojúhelníku ABC:

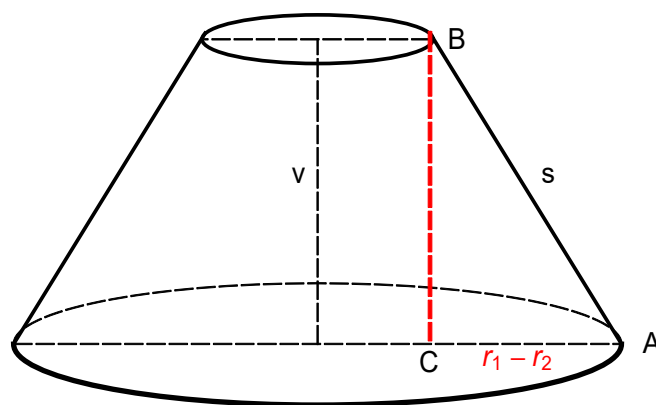
$$s = \sqrt{v^2 - (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{1,8^2 - (1,25 - 0,7)^2} = 1,88 \text{ m}$$

$$S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) s$$

$$S_{pl} = \pi (r_1 + r_2) s = 3,14 \cdot (1,25 + 0,7) \cdot 1,88 = 11,51 \text{ m}^2$$

$$S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + S_{pl} = 3,14 \cdot 1,25^2 + 3,14 \cdot 0,7^2 + 11,51$$

$$S = 17,95 \text{ m}^2$$



**Obsah pláště je 11,51  $m^2$ , povrch 17,95  $m^2$  a objem 5,52  $m^3$ .**

5) Určete povrch komolého rotačního kužele, je-li dán jeho objem  $300 \text{ m}^3$  a poloměry podstav  $7,2 \text{ m}$  a  $4,8 \text{ m}$ .

**Řešení**

$$V = 300 \text{ m}^3$$

$$r_1 = 7,2 \text{ m}$$

$$r_2 = 4,8 \text{ m}$$

Nejprve musíme vypočítat výšku kužele a pak jeho stranu.

$$V = \frac{\pi v}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$V = \frac{\pi v (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)}{3} \quad / \cdot 3$$

$$3V = \pi v (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$v = \frac{3V}{\pi (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)} = \frac{3 \cdot 300}{3,14 \cdot (7,2^2 + 7,2 \cdot 4,8 + 4,8^2)} = 2,62 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{v^2 + (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{2,62^2 + (7,2 - 4,8)^2} = 3,55 \text{ m}$$

$$S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) s = 3,14 \cdot 7,2^2 + 3,14 \cdot 4,8^2 + 3,14 \cdot (7,2 + 4,8) \cdot 3,55 = 369 \text{ m}^2$$

**Povrch kužele je  $369 \text{ m}^2$ .**

---

6) Z plechu se má zhotovit otevřená nádoba tvaru komolého rotačního kužele o straně délky  $65 \text{ cm}$ . Průměr horní části nádoby má být  $58 \text{ cm}$ , průměr dna  $32 \text{ cm}$ . Vypočítejte, kolik kg barvy bude potřeba na natření celé nádoby (vnější i vnitřní strany), jestliže na  $1 \text{ m}^2$  je potřeba  $1,25 \text{ kg}$  barvy.

**Řešení**

$$s = 65 \text{ cm} = 0,65 \text{ m}$$

$$r_2 = 29 \text{ cm} = 0,29 \text{ m}$$

$$r_1 = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$$

Natírat se bude pouze plášť a dno o poloměru  $r_2 = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$  :

$$S = \pi r_1^2 + \pi (r_1 + r_2) \cdot s = 3,14 \cdot 0,16^2 + 3,14 \cdot (0,29 + 0,16) \cdot 0,65 = 1,00 \text{ m}^2$$

Natírat se bude vnější i vnitřní strana, tj.  $2 \cdot 1,00 = 2 \text{ m}^2$

Spotřeba barvy  $2 \cdot 1,25 = 2,5 \text{ kg}$

**Bude potřeba  $2,5 \text{ kg}$  barvy.**

---