

Kombinatorika

1. Kombinatorické pravidlo součinu

Kombinatorické pravidlo součinu

Počet všech **uspořádaných** dvojic, jejichž první člen lze vybrat právě n_1 způsoby a jejichž druhý člen lze **po** výběru prvního členu vybrat právě n_2 způsoby, je roven

$$n_1 \cdot n_2 .$$

Toto pravidlo lze zobecnit pro libovolné uspořádané k -tice (trojice, čtveřice, pětice, atd.).
Uspořádaná k -tice – záleží na pořadí prvků.

Příklady

- 1) Z místa V1 do místa V2 vedou čtyři cesty, z místa V2 do místa V3 vedou tři cesty. Určete, kolika způsoby se můžeme dostat z V1 do V3 a přitom projít místem V2.
- 2) Určete, kolik dvojjazyčných slovníků je třeba vydat, aby byla zajištěna možnost přímého překladu z AJ, NJ, RJ a FJ do každého z nich.
- 3) Pavlova snídaně má tři části:
nápoj – čaj, káva, kakao
pečivo – rohlík, bageta, chleba
příloha – sýr, salám, šunka, džem.
Kolik může mít různých snídaní?
- 4) Ve třídě je 15 děvčat a 12 chlapců. Kolik tanečních dvojic chlapec – děvče je možné ze studentů třídy sestavit?
- 5) V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C, D nebo E. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojciferné číslo od 13 do 63. (Existují např. kódy B22, A45 apod.) Určete počet všech takto vytvořených kódů.
- 6) Značka auta se skládá ze sedmi znaků. První čtyři znaky jsou některá z písmen ABCDEFG a po nich následuje trojčíslí z číslic 0 až 9. (Znaky se mohou ve značce opakovat, takže existuje například značka ABGA020.) Jaký maximální počet aut lze takto označit, když žádná dvě auta nesmí mít stejnou značku?
- 7) Znamá modelka VV má obrovský šatník s velkým výběrem modelů. Například pro pěkné počasí má 12 (7 od první a 5 od druhé sponzorské firmy) druhů klobouků, 45 (24 od první a 21 od druhé sponzorské firmy) různých kostýmů a 28 (18 od první a 10 od druhé) párů bot. Kolika různými způsoby může zkombinovat jednotlivé části oblečení pro pěkné počasí tak, aby byla celá vybavena od jedné firmy?
- 8) Kolik různých pěticiferných přirozených čísel, v nichž se žádná číslice neopakuje, lze sestavit z číslic 0, 1, 2, 3, 4?

- 9) Určete počet všech přirozených dvojciferných čísel, v jejichž dekadickém zápisu se každá číslice vyskytuje nejvýše jednou.
- 10) Kolika způsoby může být odměněno zlatou, stříbrnou a bronzovou medailí 12 účastníků sportovní soutěže?
- 11) K sestavení vlajky, která má být složena ze tří různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici látky barvy bílé, červené, modré, zelené a žluté. Určete počet vlajek, které lze z látek těchto barev sestavit. Kolik z nich má modrý pruh? Kolik jich má modrý pruh uprostřed?
- 12) Kolikerym způsobem může aranžérka vystavit vodorovně vedle sebe 6 různých šampónů?
- 13) Kolik je možných různých výsledných tabulek turnaje, má-li 8 účastníků?
- 14) Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců. Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit?
- 15) Kolik symbolů je možné vyjádřit pomocí Morseovy abecedy, jestliže používáme maximálně čtyřmístné značky.
- 16) V Xénii je SPZ tvořena uspořádanou sedmicí, jejíž první tři členy jsou písmena a další čtyři členy jsou číslice. Kolik takových značek existuje, máme-li k dispozici 26 písmen.
- 17) Trojmístný kód obsahuje vždy písmeno A a dvě **různé** číslice z deseti možných (0–9). Vyhovují např. kódy A36, 0A1, 69A. Určete počet všech možných kódů vyhovujících zadání.
- 18)
Osm spolužáků (Adam, Bára, Cyril, Dan, Eva, Filip, Gábina a Hana) se má seřadit za sebou tak, aby Eva byla první a Dan předposlední.
Kolik způsobů se mohou spolužáci seřadit?
- 19) Čtyřmístný kód má na prvních třech místech tři **různé nenulové** číslice a na čtvrtém místě **nejmenší z těchto** tří číslic (např. 5282, 7565, 5211 apod.).
Kolik různých kódů vyhovuje popisu?
- 20) Pětimístný kód obsahuje pět **různých** číslic, na prvním místě je číslice 8 a na posledním místě číslice 5. (Zadání vyhovuje např. kód 80415.)
Kolik různých kódů vyhovuje popisu?

Řešení

1)

z V1 do V2	z V2 do V3
4 možnosti	3 možnosti

$$4 \cdot 3 = 12$$

Existuje 12 možností.

2)

1. jazyk	2. jazyk
4 možnosti	3 možnosti (nemá smysl slovník např. AJ do AJ)

$$4 \cdot 3 = 12$$

Je potřeba vydat 12 slovníků.

3)

nápoj	pečivo	příloha
3 možnosti	3 možnosti	4 možnosti

$$3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$$

Může mít 36 různých snídaní.

4)

chlapecká část dvojice	dívčí část dvojice
12 možností	15 možností

$$15 \cdot 12 = 180$$

Je možné sestavit 180 tanečních dvojic.

5)

písmeno	dvojciferné číslo od 13 do 63
5 možnosti	51 možnosti (63 - 12)

$$5 \cdot 51 = 255$$

Existuje 255 kódů.

6)

1. znak	2. znak	3. znak	4. znak	5. znak	6. znak	7. znak
7	7	7	7	10	10	10
možností	možností	možností	možností	možností	možností	možností

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2401000$$

Můžeme označit 2 401 000 aut.

7)

1. firma

klobouk	kostým	boty
7 možnosti	24 možnosti	18 možnosti

Od první firmy: $7 \cdot 24 \cdot 18 = 3024$

2. firma

klobouk	kostým	boty
5 možnosti	21 možnosti	10 možnosti

Od druhé firmy: $5 \cdot 21 \cdot 10 = 1050$

$3024 + 1050 = 4074$

Oblečení může zkombinovat 4 074 způsoby.

8)

1. cifra (desetitisíce)	2. cifra (tisíce)	3. cifra (stovky)	4. cifra (desítky)	5. cifra (jednotky)
na začátku nemůže být nula, proto pouze	už může být i nula, ale jedna cifra už je použita, proto	už jsou využity dvě cifry		
4 možnosti	4 možnosti	3 možnosti	2 možnosti	1 možnost

$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$

Lze sestavit 96 pěticiferných čísel.

9)

Jsou to čísla od 10 do 99, těch je 90. Musíme z nich ale vyjmout čísla 11, 22, 33, ..., 99, těch je 9. Celkem tedy $90 - 9 = 81$.

Těchto čísel je 81.

10)

zlatá	stříbrná	bronzová
12 možnosti	11 možnosti	10 možnosti

$12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$

Existuje 1320 způsobů.

11)

1. pruh	5 možnosti
2. pruh	4 možnosti
3. pruh	3 možnosti

Existuje celkem $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ vlajek.

Modrý pruh nahoře: $1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$

Modrý pruh uprostřed: $4 \cdot 1 \cdot 3 = 12$

Modrý pruh dole: $4 \cdot 3 \cdot 1 = 12$

Existuje 60 vlajek. 36 z nich má modrý pruh. 12 má modrý pruh uprostřed.

12)

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Existuje 720 způsobů.

13)

1. místo	8 možností
2. místo	7 možností
3. místo	6 možností
4. místo	5 možností
5. místo	4 možností
6. místo	3 možností
7. místo	2 možností
8. místo	1 možnost

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$$

Existuje 40 320 různých výsledných tabulek.

14)

$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800$$

Mohou se seřadit 3 628 800 způsoby.

15)

Značky Morseovy abecedy se skládají pouze z tečky · a čárky –

Například značka ·– představuje písmeno a, značka –·· písmeno b atd.

$$1 \text{ místné značky} \quad 2$$

$$2 \text{ místné značky} \quad 2 \cdot 2 = 4$$

$$3 \text{ místné značky} \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$4 \text{ místné značky} \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Je možné vyjádřit 30 symbolů.

16)

$$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 26^3 \cdot 10^4 = 175760000$$

Existuje 175 760 000 značek.

17)

A na začátku: $1 \cdot 10 \cdot 9 = 90$, A uprostřed: $10 \cdot 1 \cdot 9 = 90$, A na konci: $10 \cdot 9 \cdot 1 = 90$.

Existuje 270 kódů.

18)

$$1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 720$$

Mohou se seřadit 720 způsoby.

19)

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 1 = 504$$

Existuje 504 kódů.

20)

$$1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 = 336$$

Existuje 336 kódů.